

VŠB - Technická univerzita Ostrava
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Katedra měřicí a řídicí techniky

Stochastické metody identifikace soustav
Stochastic methods of systems identification

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracoval samostatně a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

Tomáš Piszczek

V Ostravě dne 7.5 2009

Poděkování

Chtěl bych touto cestou velmi poděkovat vedoucímu mé diplomové práce panu prof.Dr.Ing. Miroslavu Pokornému za cenné rady, konzultace a připomínky spojené s vypracováním mého úkolu.

Zároveň bych rád poděkoval panu Ing. Martinu Piešovi za poskytnutí rad a prostoru při měření na modelu vzduchové levitace.

Abstrakt

Diplomová práce se zabývá rozбором stochastických metod identifikace soustav a návrhem metod pro jejich využití v praxi. V první fázi je rozebrána teorie a matematické odvození stochastických metod identifikace soustav.

Další krok je zaměřen na metodu experimentální identifikace simulované soustavy v prostředí Simulink.

Poslední krok je zaměřen na metodu identifikace reálné soustavy pomocí stochastických metod. K tomuto účelu byla vybrána jako reálná soustava modelu vzduchové levitace.

Klíčová slova

Stochastický signál, identifikace soustavy, korelační metody, bílý šum, ARX model, ARMAX model, Box-Jenkins model.

Abstract

The diploma thesis deals with the analysis stochastic methods of the systems identification and their use practically. The first part of work is aimed on theory and mathematical formulation of the stochastic methods of systems identification.

The next part of work is aimed on experimental identification of simulated system in the environment of Simulink.

The last part of work is aimed on identification of real system with the stochastic methods. For this purpose a levitation model as a real system was chosen.

Key words

Stochastic signal, system identification, correlative methods, white noise, ARX model, ARMAX model, Box-Jenkins model.

Seznam použitých symbolů a zkratek

$R_{xx}(\tau)$ - autokorelační funkce signálu $x(t)$
 $R_{yy}(\tau)$ - autokorelační funkce signálu $y(t)$
 $R_{xy}(\tau)$ - vzájemná korelační funkce signálu $x(t)$ a $y(t)$
 Φ_{xx} – výkonová spektrální hustota
 Φ_{xy} – vzájemná výkonová spektrální hustota
 $g(\tau)$ – impulsní (váhová) funkce
 $x(t)$ – vstupní signál
 $y(t)$ – výstupní signál
 $u(t)$ – akční signál
 $G(s)$ – přenos soustavy
 $G(z)$ – přenos diskrétní soustavy
 $\Psi(k)$ - matice dat
 $\varepsilon(k)$ – vektor chyby
 Θ – vektor parametrů modelu
 t – čas
 T – perioda signálu
 N – počet souborů měření
 $A(z^{-1})$ - polynom A
 $B(z^{-1})$ - polynom B
 $C(z^{-1})$ - polynom C
 $D(z^{-1})$ - polynom D
 x_i - stavová proměnná
L - Laplaceova transformace
DL – dvoustranná Laplaceova transformace

Obsah

1	ÚVOD	1
2	OBEČNÁ PROBLEMATIKA IDENTIFIKACE	2
2.1	Analýza systému stochastickými signály	2
2.1.1	Odezva systému na buzení stochastickým signálem	3
2.1.2	Identifikace aplikací korelačních metod	6
2.1.2.1	Měření generátorem bílého šumu	6
2.1.2.1.1	Bílý šum	7
2.1.2.2	Měření vstupním a výstupním šumem	8
2.1.2.3	Pseudonáhodné testovací signály	9
2.1.2.3.1	Generátory pseudonáhodného signálu	11
2.1.3	Identifikace systému odhadem parametrů modelu	13
2.1.3.1	Model náhodného procesu	15
2.1.3.2	Model systému	16
3	METODA IDENTIFIKACE SOUSTAVY V SIMULAČNÍM PROSTŘEDÍ	20
3.1	Matlab	20
3.1.1	Simulink	20
3.1.2	System identification toolbox	21
3.2	Stanovení váhové funkce korelační analýzou	21
3.3	Parametrická identifikace v Matlabu	25
3.3.1	Popis modelem ARX	29
3.3.2	Popis modelem ARMAX	30
3.3.3	Popis modelem BJ (Box-Jenkins)	31
3.3.4	Vyhodnocení výsledků	32
4	METODA IDENTIFIKACE REÁLNÉ SOUSTAVY	33
4.1	Lineární a linearizovaný systém	33
4.2	Model vzduchové levitace	34
4.2.1	Multifunkční měřicí a řídicí karta MF624	40
4.3	Identifikace modelu levitace korelační analýzou	42
4.4	Identifikace modelu levitace modelem ARX	44
4.5	Identifikace modelu levitace modelem ARMAX	45
4.5	Identifikace modelu levitace modelem BJ	46
4.6	Vyhodnocení výsledku	47
5	ZÁVĚR	50

1 Úvod

Stochastické metody identifikace dynamických systémů vychází z jiného pohledu na popis dynamických vlastností systému než determinované metody a používají k tomu matematický aparát vycházející z pravděpodobnostního počtu a statistické dynamiky. Na okamžité hodnoty systémových proměnných nahlížíme jako na okamžité hodnoty realizace náhodného procesu.

Náhodný proces je funkce času, která může náhodně nabývat hodnot, přičemž není předem známo, které nabude. Vyhodnocení vlastností náhodných procesů je spojeno s vyhodnocováním velkých souborů měření na daném systému za stejných podmínek. Příčiny náhodných změn v jednotlivých souborech měření jsou na sobě nezávislé, takže okamžité hodnoty průběhu se navzájem liší.

Práce se zabývá metodami identifikace soustav pomocí náhodných signálů přivedených na vstup soustav. K vyhodnocení parametrů soustav jsou použity dva různé postupy. Při prvním postupu se snažíme získat impulsní (váhovou) funkci soustavy pomocí korelační analýzy a při druhém postupu se snažíme soustavu parametrizovat pomocí modelu ARX, ARMAX a BJ (Box-Jenkins). Výsledné parametrizované modely jsou pak porovnány se skutečným modelem. Navržené metody a postupy jsou určeny k využití při praktických identifikacích i v laboratořích pro výuku studentů.

2 Obecná problematika identifikace

Identifikaci si představujeme jako proces nalezení transformačního vztahu mezi vstupními a výstupními signály. Z tohoto důvodu je tedy vhodné užívat známých charakteristik vstupních a výstupních signálů. Tuto metodu nazýváme deterministickou identifikací. Existují však i jiné metody identifikace. Vstupní signály tedy dělíme:

a) Deterministické (jejich časové průběhy jsou známými funkcemi):

- aperiodické (skok, impuls),
- periodické (sinusový, obdélníkový průběh).

b) Náhodné (časový průběh je náhodnou funkcí času).

c) Pseudonáhodné (časový průběh je znám, ale mají průběh náhodného signálu).

Dle vstupních signálů se pak nazývají i metody identifikace:

- Deterministické metody - užívají deterministické signály,
- Stochastické - užívají náhodné a pseudonáhodné signály.

Klasické identifikační metody využívají odezvu na jednotkový skok, nebo impuls. Takto získáme přechodovou, nebo impulsní charakteristiku. Identifikace ve frekvenční oblasti provádíme měřením frekvenční charakteristiky. Vstupní signál je zde harmonicky proměnný. Nevýhodou je, že u rychlých systémů je přechodová (impulsní) charakteristika zahuštěna do krátkého časového okamžiku a realizace vstupních signálů je komplikovaná. U frekvenční charakteristiky je nutné pro každý bod vyčkat ustáleného stavu. Pro vzorkování pak platí Shannon-Kotelnikovův teorém.

Nejčastějším přístupem v identifikaci je, že strukturu modelu a řád volíme předem. Při volbě vycházíme z fyzikální podstaty identifikovaného procesu a účelu použití. Obecný požadavek je co nejjednodušší a nejpřesnější model. Toto jsou však protichůdné požadavky. V případě, že je nutno provádět testování zvoleného řádu, je nejjednodušší použít sledování odezev modelu a procesu. Existují různé metody vyhodnocení shody těchto odezev. Nejjednodušší je patrně součet čtverců odchylek [2].

2.1 Analýza systémů stochastickými signály

Pro analýzu systému, tj. určení jeho impulsové nebo přenosové funkce, pomocí stochastických signálů na jeho vstupu a výstupu je nejprve nutné určit souvislosti mezi impulsovou funkcí systému a korelačními funkcemi signálů, případně mezi přenosovou funkcí a výkonovými spektrálními hustotami signálů. Použití stochastických signálů pro analýzu systému má proti použití determinovaných funkcí (sinusovka, jednotkový skok, jednotkový impuls) následující výhody [1]:

- a) Nejsou zapotřebí žádné generátory signálů speciálních průběhů. Kromě použití generátoru bílého šumu mohou být k analýze systému využity přímo šумы, které se přirozeně vyskytují u každého provozního zařízení na jeho vstupech a výstupech.
- b) Na výsledek měření nemá vliv šum vznikající v měřeném systému, ani poruchy vstupující do zařízení jinými vstupy, které při použití determinovaných signálů by museli být udržovány na přesně konstantních hodnotách, neboť dělá značné potíže vybrat z odezvy determinovaný signál, který přísluší determinovanému buzení.
- c) Je možné měřit systémy při plném provozu, bez zastavení jejich normální činnosti, což má velký význam pro průmysl při měření velikých zařízení (chemie, energetika a pod.), nebo pro měření systémů při kritických podmínkách (např. měření na letadlech při letu apod.) kdy např. skokové buzení by mohlo způsobit havárii celého zařízení.
- d) Je to prakticky jediná měřicí metoda, která je vhodná pro měření systému s více vstupy a výstupy signálu, což je v podstatě každé provozní zařízení

2.1.1 Odezva systému na buzení stochastickým signálem

Nechť je dán obecný lineární systém svou impulsovou funkcí $g(t)$. Je-li vstupní signál $x(t)$ stacionární stochastický signál, bude též výstupní signál $y(t)$ stacionární stochastický signál [1].
Bude-li :

$R_{xx}(\tau)$...autokorelační funkce signálu $x(t)$

$R_{yy}(\tau)$...autokorelační funkce signálu $y(t)$

$R_{xy}(\tau)$...vzájemná korelační funkce signálu $x(t)$ a $y(t)$

Lze vyjádřit impulsovou funkci $g(t)$

a) buď pomocí $R_{xx}(\tau)$ a $R_{yy}(\tau)$

b) nebo pomocí $R_{xx}(\tau)$ a $R_{xy}(\tau)$

Základem pro určení obou vztahu je konvoluční integrál popsany ve tvaru :

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) \cdot x(t - \tau) d\tau \quad (1)$$

a) Vztah mezi $g(t)$, $R_{xx}(\tau)$ a $R_{yy}(\tau)$

Podle definice je autokorelační funkce daná vztahem

$$R_{yy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T y(t) \cdot y(t + \tau) dt \quad (2)$$

Pro dosažení do předchozí rovnice je nutné určit $y(t)$ a $y(t + \tau)$ pomocí $x(t)$ a $g(t)$ podle (1):

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t_1) \cdot x(t - t_1) dt_1 \quad (3)$$

$$y(t + \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t_2) \cdot x(t + \tau - t_2) dt_2 \quad (4)$$

Po dosazení bude :

$$R_{yy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \left[\int_{-\infty}^{\infty} g(t_1) \cdot x(t - t_1) dt \right] \cdot \left[\int_{-\infty}^{\infty} g(t_2) \cdot x(t + \tau - t_2) dt_2 \right] dt \quad (5)$$

Po záměně pořadí limity a integrování bude mít (5) tvar :

$$R_{yy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t_1) \cdot dt_1 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} g(t_2) \cdot dt_2 \cdot \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t - t_1) \cdot x(t + \tau - t_2) dt \quad (6)$$

Poněvadž

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) \cdot x(t + \tau) dt \quad (7)$$

je ve (6) člen

$$R_{xx}(t + \tau - t_2) dt_2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{\infty} x(t - t_1) \cdot x(t + \tau - t_2) dt_2 dt \quad (8)$$

b) Vztah mezi $g(t)$, $R_{xx}(\tau)$ a $R_{xy}(\tau)$

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) \cdot y(t + \tau) dt \quad (9)$$

Dosadí-li se do (9) za $y(t + \tau)$ konvoluční integrál (3), bude:

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [x(t) \int_{-T}^T g(t_2) x(t + \tau - t_2) dt] dt_2 \quad (10)$$

Změní-li se pořadí limity a integrování ve (10), bude:

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} [g(t_2) \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) x(t + \tau - t_2) dt] dt_2 \quad (11)$$

což lze analogicky k rovnici (6) upravit na konečný tvar:

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t_2) \cdot R_{xx}(\tau - t_2) dt_2 \quad (12)$$

Vztah (12) je jeden ze základních vztahů statistické dynamiky a je ve formě totožný s konvolučním integrálem (1).

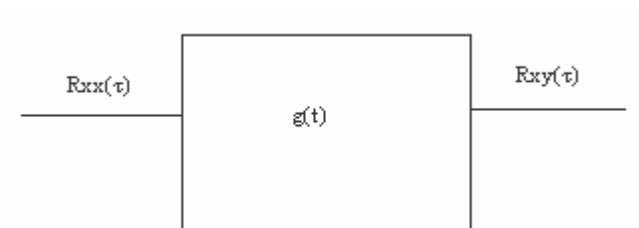
Zatímco (1) platí pro okamžité hodnoty obecných signálů na vstupu a výstupu systému, platí (12) pro okamžité hodnoty korelačních funkcí. Podle (12) má lineární systém na buzení autokorelační funkci odezvu vzájemnou korelační funkci, jak je nakresleno na obr.1. Výraz (8) lze upravit s použitím (12) na tvar:

$$R_{yy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t_1) \cdot R_{xy}(\tau + t_1) dt_1 \quad (13)$$

neboť

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(t_2) \cdot R_{xx}(\tau + t_1 - t_2) dt_2 = R_{xy}(\tau + t_1) \quad (14)$$

Vztah (13) je analogický ke vztahu (12). Existuje-li Laplaceova transformace impulsové funkce a korelačních funkcí, mohou být odvozeny vztahy pro přenosovou funkci a výkonové spektrální hustoty, analogické vztahům (8) s (13)



Obr.1 odezva systému na buzení autokorelační funkcí

c) Vztah mezi $G(s)$, $\Phi_{xx}(\tau)$ a $\Phi_{yy}(\tau)$

Provede-li se dvoustranná Laplaceova transformace rovnice (8), bude:

$$\int_{-\infty}^{\infty} R_{yy}(\tau) \cdot e^{-s\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-s\tau} \cdot \left[\int_{-\infty}^{\infty} g(t_1) dt_1 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} g(t_2) \cdot R_{xx}(\tau + t_1 - t_2) dt_2 \right] d\tau \quad (15)$$

Změna pořadí integrací a napsání exponenciálního argumentu v souladu s argumentem korelační funkce ve vztahu (15) vede na vztah:

$$\int_{-\infty}^{\infty} R_{yy}(\tau) \cdot e^{-s\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} g(t_1) \cdot e^{-st_1} dt_1 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} g(t_2) \cdot e^{-st_2} dt_2 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau + t_1 - t_2) \cdot e^{-s(\tau + t_1 - t_2)} d\tau \quad (16)$$

Z (16), a použitím definicí

$$G(s) = \mathcal{L}\{g(t)\}$$

$$\Phi_{xx}(s) = \mathcal{DL}\{R_{xx}(\tau)\}$$

přímo plyne :

$$\Phi_{yy}(s) = G(-s) \cdot G(s) \cdot \Phi_{xx}(s) \quad (17)$$

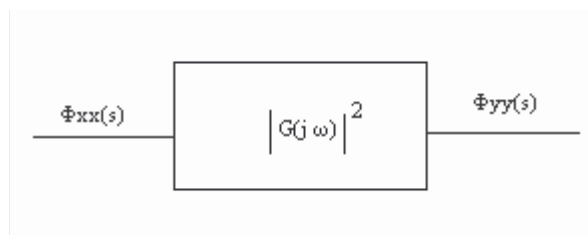
Pro $s=j\omega$ bude mít (17) tvar:

$$\Phi_{yy}(j\omega) = G(-j\omega) \cdot G(j\omega) \cdot \Phi_{xx}(j\omega) \quad (18)$$

Poněvadž $G(-j\omega)$ a $G(j\omega)$ jsou konjugovaná komplexní čísla, je jejich součin čtverec absolutní hodnoty $G(j\omega)$ a (18) lze zapsat ve tvaru :

$$\Phi_{yy}(j\omega) = |G(j\omega)|^2 \cdot \Phi_{xx}(j\omega) \quad (19)$$

pro vztah (19) je nakreslen blokový diagram na Obr.2.



Obr.2 Vztah mezi $G(j\omega)$, $\Phi_{xx}(j\omega)$ a $\Phi_{yy}(j\omega)$

d) Vztah mezi $G(s)$, $\Phi_{xx}(s)$ a $\Phi_{xy}(s)$

Provede-li se dvoustranná Laplaceova transformace rovnice (12), bude:

$$\int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) \cdot e^{-s\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-s\tau} \cdot \left[\int_{-\infty}^{\infty} g(t_2) \cdot R_{xx}(\tau - t_2) dt_2 \right] d\tau \quad (20)$$

Změna pořadí integrací a napsání exponenciálního argumentu v soulasu s argumentem autokorelační funkce (20) vede na vztah :

$$\int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) \cdot e^{-s\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} g(t_2) \cdot e^{-st_2} dt_2 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau - t_2) \cdot e^{-s(\tau - t_2)} d\tau \quad (21)$$

Z (21), s použitím definicí

$$G(s) = \mathcal{L}\{g(t)\}$$

$$\Phi_{xx}(s) = \mathcal{DL}\{R_{xx}(\tau)\}$$

$$\Phi_{xy}(s) = \mathcal{DL}\{R_{xy}(\tau)\}$$

plyne další základní vztah :

$$\Phi_{xy}(s) = G(s) \cdot \Phi_{xx}(s) \quad (22)$$



Obr.3 Odezva systému na buzení výkonovým spektrem

2.1.2 Identifikace aplikací korelačních metod

Jsou dvě možné metody. První metoda používá generátorů bílého šumu různých konstrukcí, druhá využívá šumů, které se přirozeně vyskytují u každého provozního zařízení [1].

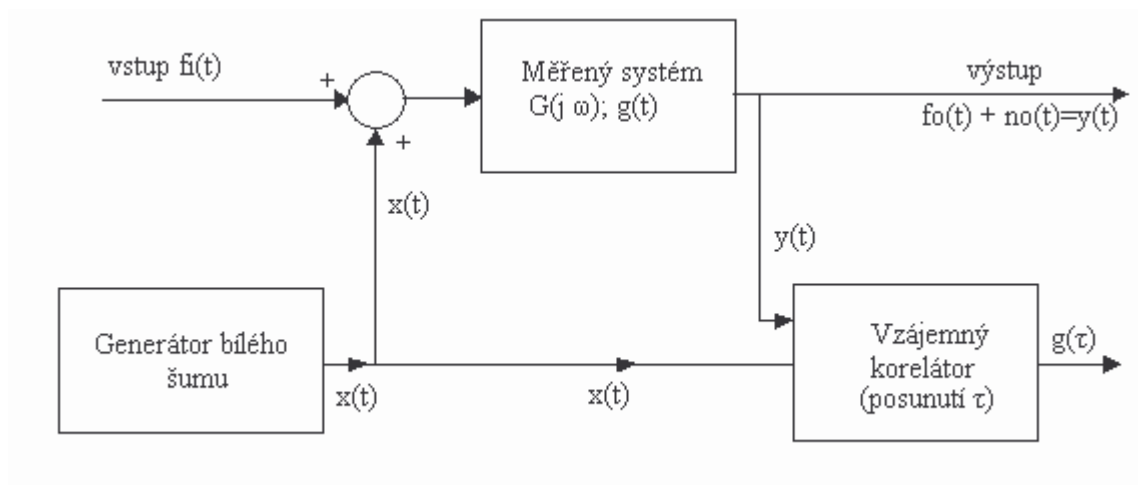
2.1.2.1 Měření generátorem bílého šumu

Základem pro měření je rovnice (22), která platí pro obr.3. Bude-li vstup systému přiveden bílý šum $x(t)$, pro který je $\Phi_{xx}(j\omega) = 1$, pak podle (280) bude:

$$\Phi_{xy}(j\omega) = G(j\omega) \quad (23)$$

Což lze po provedení inverzní Laplaceovy transformace psát též ve tvaru :

$$R_{xy}(\tau) = g(\tau) \quad (24)$$



Obr.4 Měření přenosu systému generátorem bílého šumu

Zapojení měření je uvedeno na (Obr.4). Na vstup měřeného systému přichází součet dvou signálů $f_i(t) + x(t)$. Signál $f_i(t)$ je normální provozní vstupní signál, $x(t)$ je bílý šum. Poněvadž oba tyto signály pochází z různých zdrojů, nejsou vzájemně korelovány. Měřený systém $g(t)$ je podle předpokladu metody lineární, a proto je možné sledovat průchod každé ze signálů systémem odděleně. Signál $f_i(t)$ se průchodem systémem změní na $f_o(t)$, bílý šum $x(t)$ se změní na $n_o(t)$, jehož frekvenční spektrum již není rovné, ale má průběh $G(j\omega)$. Signály $f_o(t)$ a $n_o(t)$ spolu opět nejsou korelovány. Proto, provede-li se vzájemná korelace signálu $x(t)$ a $f_o(t) + n_o(t)$, dostaneme vztah :

$$R_{xy}(\tau) = R_{xf_o} + R_{xn_o} = R_{xn_o} = g(\tau) \quad (25)$$

2.1.2.1.1 Bílý šum

Bílý šum je definován jako stacionární stochastický signál $x(t)$ jehož výkonová spektrální hustota má na všech kmitočtech konstantní hodnotu. Výsledný výkon bílého šumu je nekonečně velký poněvadž je to integrál konstanty od $(-\infty)$ do $(+\infty)$. Tato obtíž se obvykle pro praktické účely obchází definicí bílého šumu jako stacionárního stochastického signálu $x(t)$, jehož výkonová spektrální hustota je konstantní na podstatně větším kmitočtovém rozsahu, než jaký má systém, pro který je bílý šum uvažován.

Bílý šum má své pojmenování z analogie s bílým světlem. Bílé světlo je světlo složené ze všech barev a má energetické spektrum, které je v daném intervalu konstantní.

Má-li stochastický signál gaussovu distribuční funkci, může být tento signál uvažován jako výsledek průchodu bílého gaussova šumu lineárním filtrem s danou přenosovou funkcí ve tvaru gaussovy distribuční funkce.

Bílý gaussov šum může být považován za superpozici výstupu ze souboru jednoduchých harmonických oscilátorů, jejichž počet je spojitý a nekonečně veliký, a které mají :

- a) spojitě rozdělení kmitočtů
- b) stejnou amplitudu v celém významném frekvenčním pásmu
- c) nezávislé náhodné fáze

Autokorelační funkce bílého šumu je jednotkový impuls v $\tau=0$, poněvadž výkonové spektrum jednotkového impulsu je konstantní na všech kmitočtech.

2.1.2.2 Měření vstupním a výstupním šumem

Tato metoda je velmi důležitá, neboť dává možnost určit přenosovou nebo impulsovou funkci systému měřením jeho vstupního a výstupního signálu za provozních podmínek, bez jakéhokoliv buzení systému dalším, cizím signálem. Dává možnost určit přenosovou funkci systému matematickým zpracováním provozních záznamů.

Základem je rovnice (12), která platí pro Obr.1.

Pro dosažení do (12) je nutné určit z naměřených signálů buzení $x(t)$ a odezvy $y(t)$ a autokorelační funkci $R_{xx}(\tau)$

Hodnoty impulsové funkce $g(t)$ lze určit buď numerickým řešením konvolučního integrálu (12), nebo simulací systému $g(t)$ na elektrickém modelu.

Konvoluční integrál má tvar:

$$R_{xy}(\tau) = \sum_{n=0}^k g_n \cdot R_{xx}(\tau - nT) \quad (26)$$

kde $g_n = g(nT)$. T jsou pořadnice úměrné poradnictvím impulsové funkce $g(t)$ v časech vzdálených od sebe o konstantní intervaly T . Tedy v čase $t=0$ (při $T=1$) má impulsová funkce $g(t)$ hodnotu $g(0) = g_0$; pro $t=T$ je $g(t) = g(T) = g_1$; pro $t = 2T$ je $g(t) = g(2T) = g_2$; ...; pro $t=nT$ je $g(t) = g(nT) = g_n$.

Ze vztahu (26) pak vyplývá k simultánních rovnic:

Pro $\tau = \tau_1$ je:

$$R_{xy}(\tau_1) = \sum_{n=0}^k g_n \cdot R_{xx}(\tau_1 - nT) = g_0 \cdot R_{xx}(\tau_1) + g_1 \cdot R_{xx}(\tau_1 - T) + g_2 \cdot R_{xx}(\tau_1 - 2T) + \dots + g_k \cdot R_{xx}(\tau_1 - kT) \quad (27)$$

Pro $\tau = \tau_2$ je:

$$R_{xy}(\tau_2) = \sum_{n=0}^k g_n \cdot R_{xx}(\tau_2 - nT) = g_0 \cdot R_{xx}(\tau_2) + g_1 \cdot R_{xx}(\tau_2 - T) + g_2 \cdot R_{xx}(\tau_2 - 2T) + \dots + g_k \cdot R_{xx}(\tau_2 - kT) \quad (28)$$

Takto lze postupovat až na konec pro $\tau = \tau_k$ je:

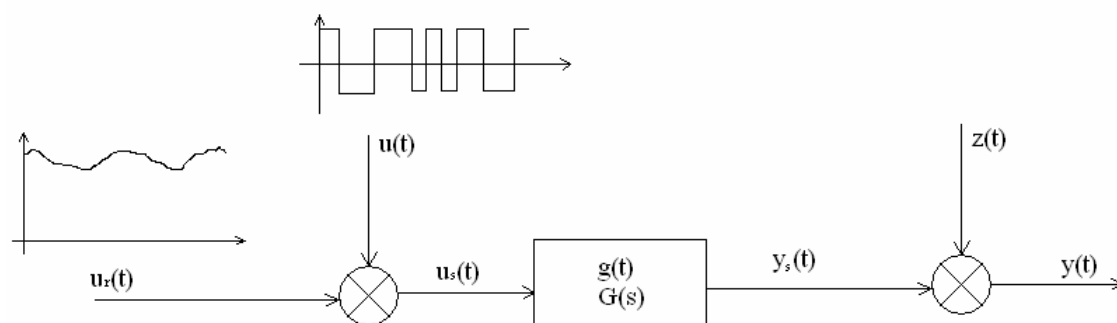
$$R_{xy}(\tau_k) = \sum_{n=0}^k g_n \cdot R_{xx}(\tau_k - nT) = g_0 \cdot R_{xx}(\tau_k) + g_1 \cdot R_{xx}(\tau_k - T) + g_2 \cdot R_{xx}(\tau_k - 2T) + \dots + g_k \cdot R_{xx}(\tau_k - kT) \quad (29)$$

Rovnic (27) až (29) je celkem k a lze je řešit např. na počítači [1] .

2.1.2.3 Pseudonáhodné testovací signály

Pseudonáhodné signály jsou signály, které se prakticky používají při identifikaci, jelikož ideální signál bílý šum nedovedeme realizovat, protože neexistuje zdroj, který by byl schopen dodávat nekonečně velké množství energie. Aby byla zajištěna úspěšná identifikace, musí být pseudonáhodné signály stacionární po celou dobu potřebnou pro identifikaci [7].

Použití pseudonáhodných signálů umožňuje realizaci aktivního identifikačního experimentu. Soustavu lze vybudit přímo testovacím signálem nebo testovací signál přičíst k provoznímu signálu (Obr.5).



Obr.5 Identifikace pomocí přičteného testovacího signálu

Na vstup systému je přiveden signál

$$u_s(t) = u_r(t) + u(t) \quad (30)$$

Složený z provozního řídicího signálu $u_r(t)$ a testovacího signálu $u(t)$. Na výstupu působí porucha $z(t)$. Výstup $y(t)$ lze rozepsat na složky

$$y(t) = y_r(t) + y_i(t) + z(t) \quad (31)$$

odpovídající odezvě na provozní řídicí signál $y_r(t)$, odezvě na testovací signál $y_i(t)$ a poruchu $n(t)$.

Obdobně bude platit i pro spektrální výkonovou hustotu

$$\Phi_{xy}(j\omega) = \Phi_{xyr}(j\omega) + \Phi_{xyi}(j\omega) + \Phi_{xn}(j\omega) \quad (32)$$

Když porucha $n(t)$ nekoreluje s řídicím signálem $u_r(t)$ ani testovacím signálem $u(t)$, platí

$$\begin{aligned} \Phi_{xyr}(j\omega) &= 0 \\ \Phi_{xn}(j\omega) &= 0 \end{aligned} \quad (33)$$

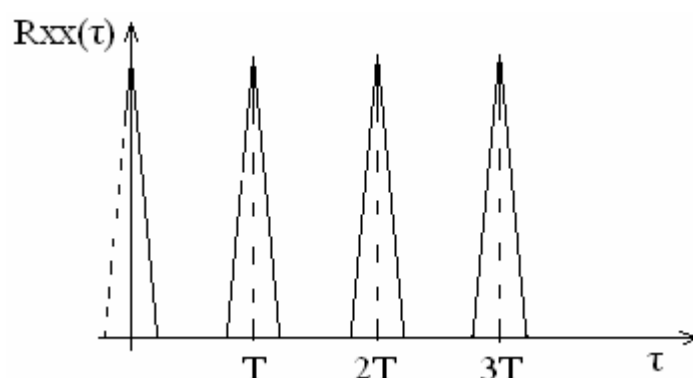
a frekvenční přenos lze stanovit z již dříve odvozených vztahů

$$\Phi_{xy}(j\omega) = G(j\omega) \cdot \Phi_{xx}(j\omega) \quad (34)$$

Respektive

$$G(j\omega) = \frac{\Phi_{xy}(j\omega)}{\Phi_{xx}(j\omega)} \quad (35)$$

Dříve než bude uveden způsob generování pseudonáhodných signálů, bude ukázána jedna jejich důležitá odlišnost od ideálního náhodného signálu. Pseudonáhodné signály se po určité době periodicky opakují, jejich autokorelační funkce je tudíž také periodická funkce. Z uvedených vlastností autokorelační funkce lze sestavit typický průběh autokorelační funkce pseudonáhodného signálu s periodou T . Tvar autokorelační funkce se podobá impulzu a opakuje se s periodou, T (Obr.6).



Obr. 6 Charakteristický průběh autokorelační funkce pseudonáhodného signálu

Pokud budeme předpokládat, že průběh lze popsat pomocí posunutých Diracových impulsů

$$R_{xx}(\tau) = \delta(\tau), \tau = 0, T, 2T, \dots \quad (36)$$

vyplyne po dosazení do Wienerovy-Hopfovy rovnice

$$R_{xy}(\tau) = \int_0^{\infty} g(t) \cdot R_{xx}(\tau - t) dt \quad (37)$$

kde ovšem autokorelační funkce R_{xx} je periodická funkce s periodou T . Integraci v mezích od nuly do nekonečna můžeme rozepsat na součet integrací v průběhu period autokorelační funkce R_{xx}

$$R_{xy}(\tau) = \int_0^T g(t) \cdot R_{xx}(\tau - t) dt + \int_T^{2T} g(t) \cdot R_{xx}(\tau - t) dt + \int_{2T}^{3T} g(t) \cdot R_{xx}(\tau - t) dt + \dots \quad (38)$$

Vzhledem ke tvaru R_{xx} (sled impulsů s periodou T), lze výraz na pravé straně upravit na součet časově posunutých váhových funkcí

$$R_{xy}(\tau) = A[g(\tau) + g(\tau + T) + g(\tau + 2T) + \dots] \text{ pro } \tau > 0. \quad (39)$$

Konstanta A vyjadřuje, že skutečný průběh autokorelační funkce se liší od ideálního impulsu.

Je-li perioda pseudonáhodného signálu $T > T_m$, kde T_m je čas, za který hledaná impulsní odezva bude již mít zanedbatelnou hodnotu $g(t) \sim 0$, potom bude platit

$$\begin{aligned} R_{xy}(\tau) &= A \cdot g(\tau) \quad \text{pro } T > \tau > 0 \\ R_{xy}(\tau) &= \frac{2}{A} \cdot g(0) \quad \text{pro } \tau = 0 \end{aligned} \quad (40)$$

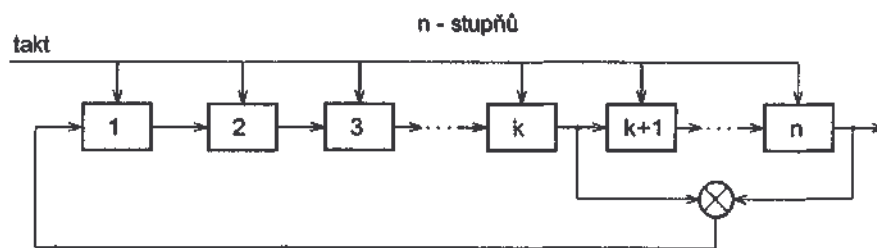
Nebo pro hledanou váhovou funkci

$$\begin{aligned} g(\tau) &= \frac{1}{A} \cdot R_{xy}(\tau) \quad \text{pro } T > \tau > 0 \\ g(\tau) &= \frac{2}{A} \cdot R_{xy}(0) \quad \text{pro } \tau = 0 \end{aligned} \quad (41)$$

2.1.2.3.1 Generátory pseudonáhodného signálu

Pseudonáhodný binární signál je deterministickým způsobem generován na počítači s dostatečně dlouhou periodou. Reálná soustava vzhledem k omezené spektrální charakteristice není schopna poznat jeho spektrální diskretnost [7].

Pro realizaci pseudonáhodných binárních signálů se používají číslicové filtry nebo analogicky zapojené posuvné registry. Obr. 7 ukazuje příklad struktury generátoru w -stupňového posuvného registru se zpětnou vazbou, která je tvořena výsledkem součtu modulo 2 výstupů k -tého a n -tého registru. Jednotlivé stupně registru se přepínají hodinovými impulsy, takže obsah registru se cyklicky posouvá o jeden stupeň. Výstup zvoleného registru tvoří výstup generátoru a je periodický s periodou N diskretních stavů, odpovídajících stavům n -tého stupně registru. Délka periody je závislá na počtu stupňů registru a na uspořádání zpětné vazby. Ne každá zpětná vazba vede na maximální počet možných stavů. $m = 2^{n-1}$.



Obr. 7 Schéma generátoru pseudonáhodného binárního signálu

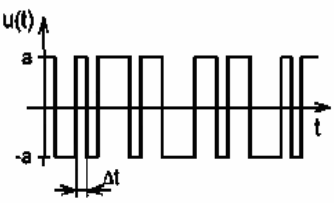
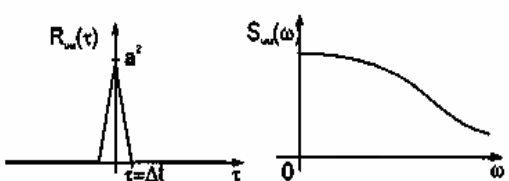
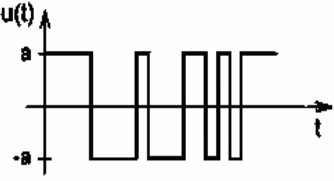
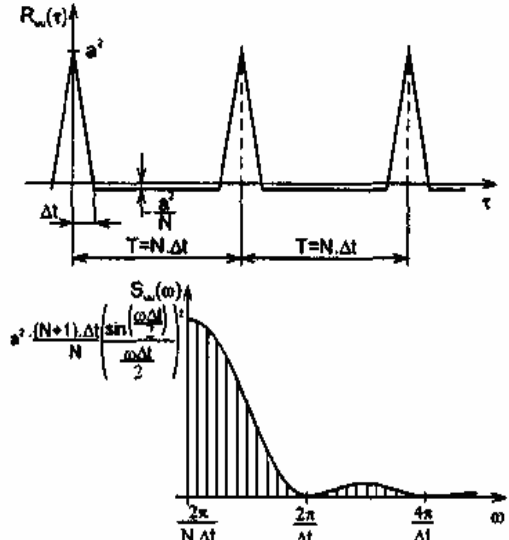
Dosažení požadovaných vlastností pseudonáhodného binárního signálu je možné za dosažení podmínek

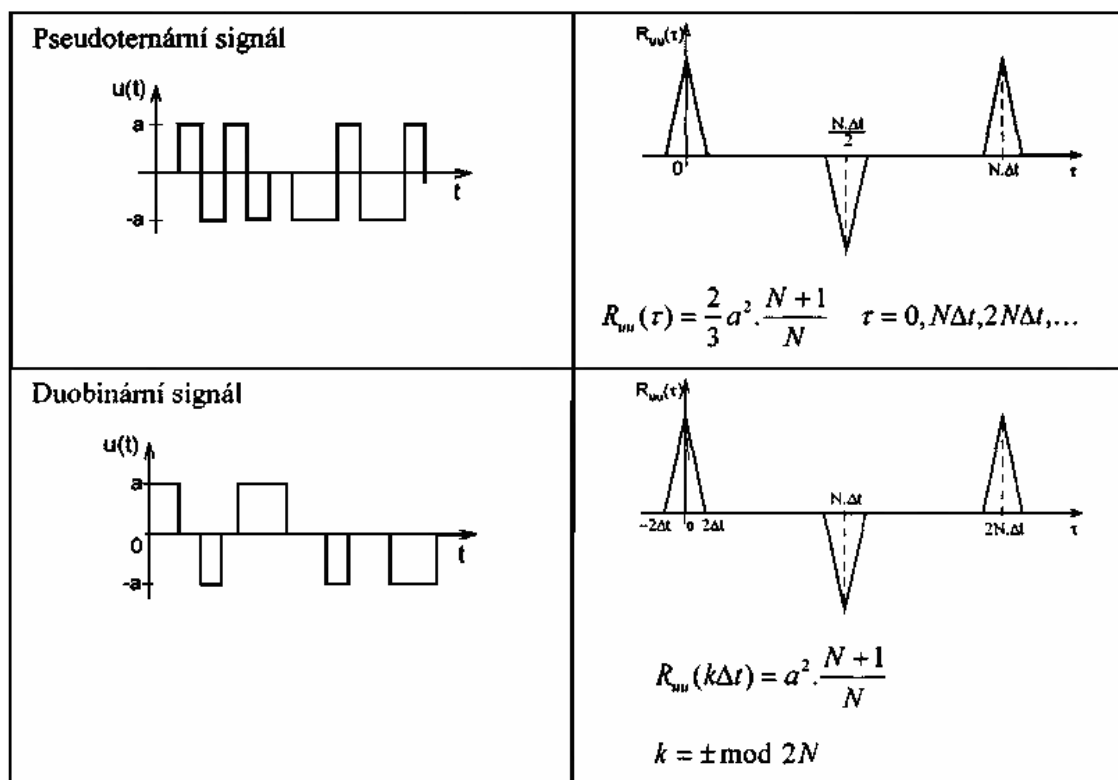
- signál musí být periodický s periodou T ;
- amplituda může nabývat pouze konstantní hodnoty $\pm a$;
 - změny amplitudy nastávají v diskretních okamžicích $k\Delta t$, kde Δt je konstantní;
 - počet hladin $+a$ se musí přibližně rovnat počtu stavů $-a$, maximální rozdíl nesmí převyšovat jednu;
 - kratší stavy se musí vyskytovat častěji než delší.

Generátory pseudonáhodných posloupností se velmi rozšířily pro generování náhodných signálů v technické praxi zejména z následujících důvodů:

- velmi snadná realizovatelnost;
- snadná reprodukovatelnost;
- snadná změna spektra signálu.

Na Obr.8 jsou shrnuty základní typy pseudonáhodných signálů a jejich charakteristiky.

Vstupní signál	Autokorelační funkce a Spektrální výkonová hustota
Pseudotelegrafní signál 	$R_{uu}(\tau) = \begin{cases} a^2 \left(1 - \frac{ \tau }{\Delta t}\right) & \text{pro } \tau \leq \Delta t \\ 0 & \tau > \Delta t \end{cases}$ 
Pseudobinární signál 	$R_{uu}(\tau) = a^2 \left(1 - \frac{ \tau }{\Delta t} \cdot \frac{N+1}{N}\right), \quad 0 \leq \tau < \Delta t$ $R_{uu}(\tau) = -\frac{a^2}{N}, \quad \tau > \Delta t$ $S_{uu}(\omega) = -\frac{a^2 \cdot (N+1) \Delta t}{N} \sum_{r=1}^N \left[\frac{\sin(r \cdot \pi / N)}{r \cdot \pi / N} \right]^2$ 



Obr. 8 Pseudonáhodné signály a jejich charakteristiky

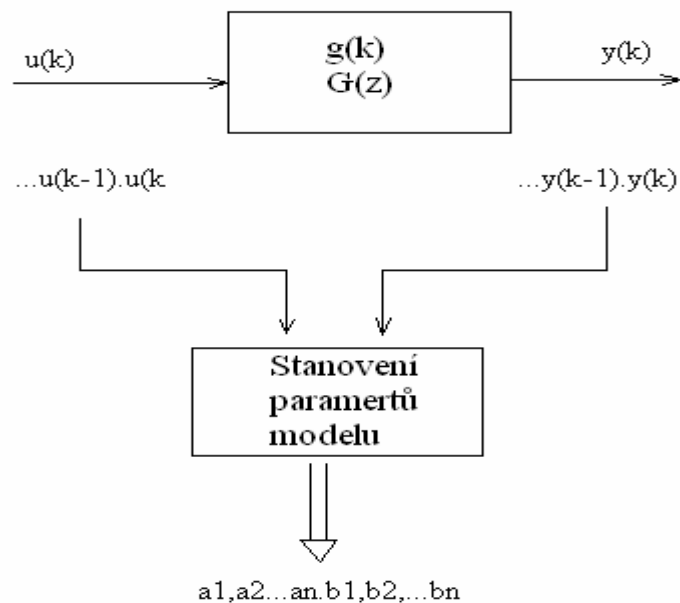
2.1.3 Identifikace systému odhadem parametrů modelu

Metody odhadu parametrů umožňují stanovit parametry modelu zvolené struktury (řád modelu, stupeň polynomu v čitateli a jmenovateli přenosu, zavedení dopravního zpoždění, apod.) z průběhu posloupnosti změřených hodnot vstupu u a výstupu y . Metody předpokládají diskrétní měření signálů, čímž se získají odpovídající si číselné posloupnosti hodnot vstupu $u(k)$ a výstupu $y(k)$. Matematický model se předpokládá v diskrétním tvaru vyjádřený např. diferenční rovnicí

$$y(k) + a_1 \cdot y(k-1) + \dots + a_n \cdot y(k-n) = b_0 \cdot u(k) + b_1 \cdot u(k-1) + \dots + b_n \cdot u(k-n) \quad (42)$$

Respektive Z-přenosem

$$G(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}} \quad (43)$$

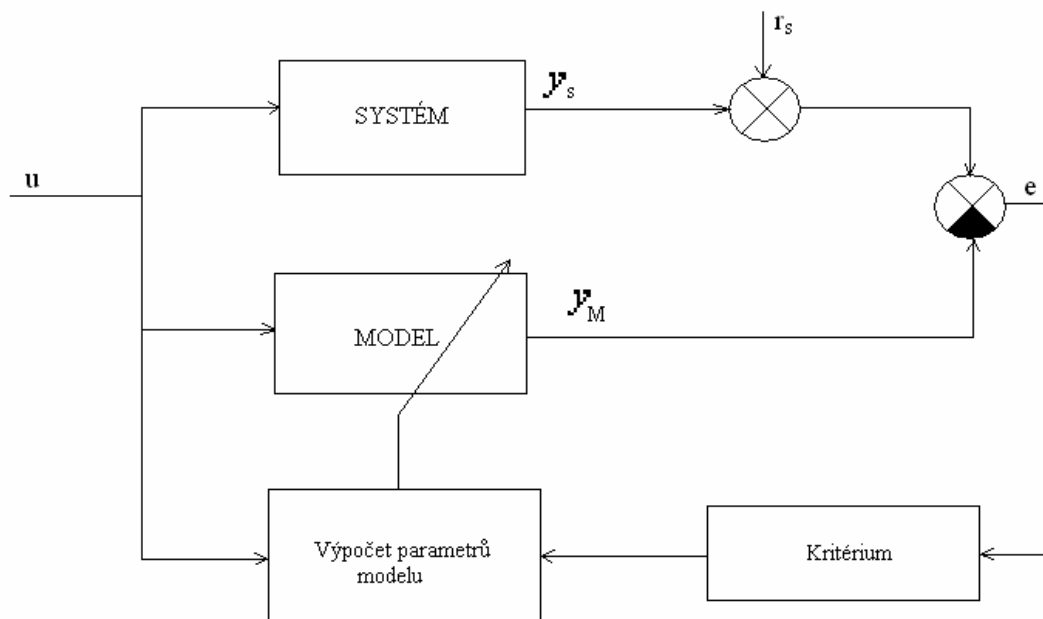


Obr. 9 Odhad parametrů modelu

Ověření správnosti modelu se provádí porovnáním výstupu systému y s výstupem modelu y_M při vybuzení systému i modelu stejným vstupním signálem. Obr.10 ukazuje blokové schéma postupu při odhadu parametrů modelu. Měřitelný výstupní signál systému y se skládá z neměřitelného výstupu y_s a poruchy na výstupu r_s . Přenos modelu je vyhodnocován odchylkou výstupů

$$e = y - y_M \quad (44)$$

Pokud je tato dostatečně malá, znamená to, že byly odhadnuty dostatečně přesné parametry modelu. Pokud tomu tak není, je nutné vhodným způsobem změnit koeficienty modelu, aby se chyba zmenšila. Stavitelné parametry modelu systému shrnujeme do vektoru parametrů \mathbf{p} .



Obr. 10 Znázornění postupu stanovení parametrů modelu systému

Metody odhadu parametrů modelu prošly svým vývojem. Po publikaci mnoha některé nenašly širší uplatnění, jiné se osvědčily, rozšířily se a staly se účinnými nástroji identifikace, které našly podporu i v programových produktech. Další rozvoj metod vedl k jejich aplikaci pro identifikaci v uzavřeném obvodu, identifikaci vícerozměrných systémů[7].

2.1.3.1 Model náhodného procesu

Stochastický proces(náhodný signál) můžeme popsat pomocí stochastické diferenční rovnice

$$y(k) + c_1 \cdot y(k-1) + \dots + c_n \cdot y(k-n) = d_0 \cdot v(k) + d_1 \cdot v(k-1) + \dots + d_m \cdot v(k-m) \quad (45)$$

kde $y(k)$ je výstupní signál uvažovaného filtru s přenosem

$$G_F(z) = \frac{Y(z)}{v(z)} = \frac{d_0 + d_1 z^{-1} + \dots + d_n z^{-m}}{1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_n z^{-n}} \quad (46)$$

a $v(k)$ je statisticky nezávislý signál (bílý šum). Stochastické diferenční rovnice představují náhodný proces jako funkci diskrétního bílého šumu.

Při analýze stochastických signálů mají velký význam následující speciální případy.

a) Autoregresní proces AR řádu n je popsán rovnicí

$$y(k) + c_1 \cdot y(k-1) + \dots + c_n \cdot y(k-n) = d_0 \cdot v(k) \quad (47)$$

Respektive přenosem filtru

$$G_F(z) = \frac{Y(z)}{v(z)} = \frac{d_0}{1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_n z^{-n}} \quad (48)$$

Hodnota $y(k)$ závisí na hodnotě $v(k)$ a na minulých hodnotách $y(k-1), y(k-2), \dots$ vážených koeficienty c_i . Odtud název autoregresivní.

b) Proces s klouzavým průměrem MA (moving average) je popsán rovnicí

$$y(k) = d_0 \cdot v(k) + d_1 \cdot v(k-1) + \dots + d_m \cdot v(k-m) \quad (49)$$

S přenosem filtru

$$G_F(z) = d_0 + d_1 z^{-1} + \dots + d_m z^{-m} \quad (50)$$

Představuje součet náhodných hodnot $v(k), v(k-1), \dots$ vážených koeficienty d_i , což lze chápat jako časově závislou váženou střední hodnotu.

Použije-li se pro popis náhodného procesu kombinace uvedených modelů, získáme model procesu ARMA (46).

Zavedené modely AR, MA, ARMA se používají pro popis náhodných procesů na rozdíl od modelů systému popsaných v následující kapitole.

2.1.3.2 Model systému

Předpokládáme diskrétní model systému ve tvaru diferenční rovnice

$$y(k) + a_1 \cdot y_M(k-1) + \dots + a_n \cdot y_M(k-n) = b_0 \cdot u(k) + b_1 \cdot u(k-1) + \dots + b_n \cdot u(k-n) \quad (51)$$

Jehož koeficienty $a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n$ se mají určit. Výstup systému můžeme vyjádřit jako

$$y_M(k) = \sum_{i=1}^n a_i \cdot y_M(k-i) + \sum_{i=0}^n b_i \cdot u(k-i) \quad (52)$$

Respektive pro aplikaci Z-transformace

$$Y_M(z) = -Y_M(z)(a_1 \cdot z^{-1} + \dots + a_n \cdot z^{-n}) + U(z)(b_0 + b_1 \cdot z^{-1} + \dots + b_n \cdot z^{-n}) \quad (53)$$

Pro zjednodušení dalších zápisů zavedeme zkrácený zápis polynomů

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 \cdot z^{-1} + \dots + a_n \cdot z^{-n} \quad (54)$$

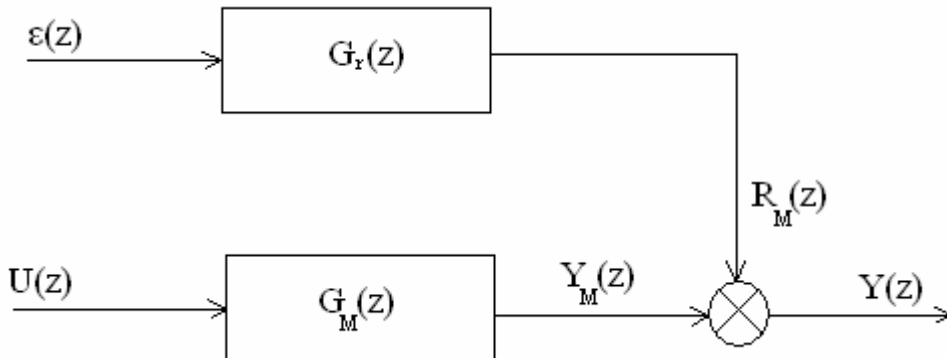
$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 \cdot z^{-1} + \dots + b_n \cdot z^{-n} \quad (55)$$

Diskrétní přenos systému pak můžeme vyjádřit

$$G_M(z) = \frac{Y_M(z)}{U(z)} = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{b_0 + b_1 \cdot z^{-1} + \dots + b_n \cdot z^{-n}}{1 + a_1 \cdot z^{-1} + \dots + a_n \cdot z^{-n}} \quad (56)$$

Chyba výstupu $e(k)$ identifikovaného modelu zpravidla zanikne až tehdy, když se model rozšíří o další část, která napodobí náhodný poruchový signál $r_s(k)$, který působí na výstupu systému. Tak se dospěje k úplné struktuře modelu se strukturou (Obr.10). Poruchový signál $r_s(k)$ je nahrazen signálem $r_M(k)$, který si lze představit jako výstup filtru $G_r(z)$ (model poruchy) po průchodu bílého šumu $\varepsilon(k)$

$$R_M = G_r(z) \cdot \varepsilon(k) \quad (57)$$



Obr. 11 Úplná struktura modelu systému s náhodným poruchovým signálem

V případě přesně nastaveného modelu souhlasí výstupní signál modelu se strukturou podle Obr.11 právě s měřitelným výstupním signálem skutečného systému, tedy platí

$$y(k) = y_M(k) + r_M(k) \quad (58)$$

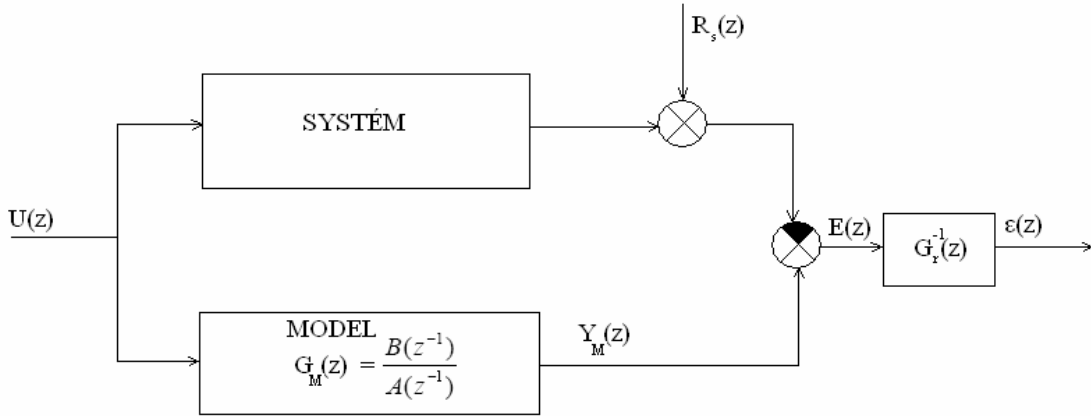
Po dosazení za $r_M(k)$ dostaneme Z-obraz $Y(z)$

$$Y(z) = Y_M(z) + G_r(z) \cdot \mathcal{E}(k) \quad (59)$$

Z tohoto vztahu vyplývá, že nekorelovaný bílý šum $\mathcal{E}(k)$ lze požadovat také jako chybu výstupu modelu

$$\mathcal{E}(z) = G_r^{-1}(z)[Y(z) - Y_M(z)] \quad (60)$$

Obr.12 znázorňuje tuto interpretaci



Obr. 12 Znázornění zavádění chyby výstupu modelu

Deterministická část modelu je popsána přenosem $G_M(z)$. Pro popis stochastické části modelu s přenosem poruchového signálu $G_r(z)$ se nabízí více možností.

$$G_r(z) = \frac{1}{A(z^{-1})} G_r^*(z) \quad (61)$$

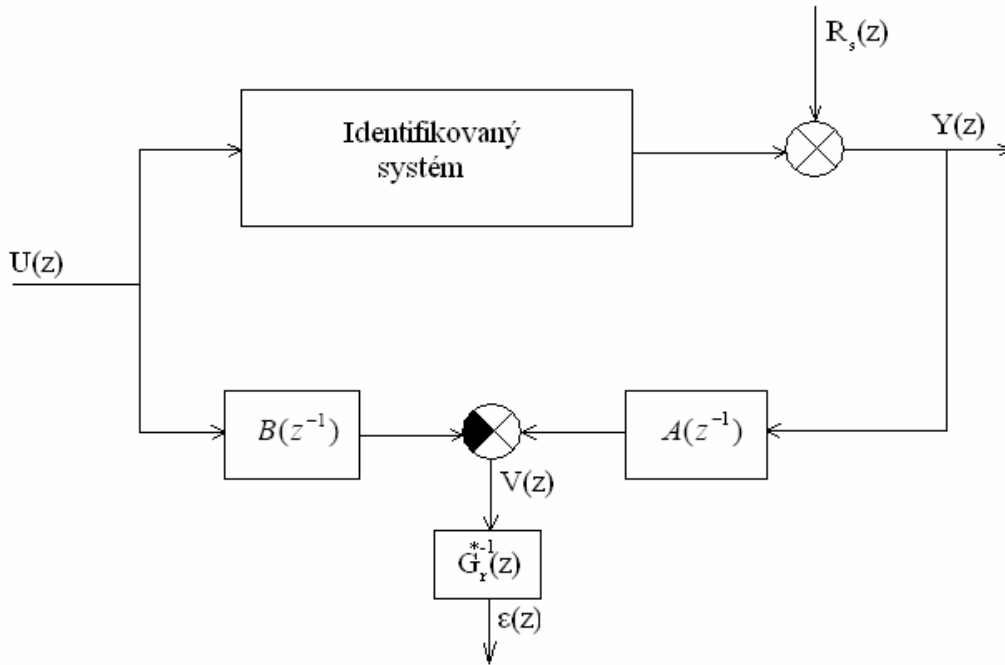
Pro obraz výstupu úplného modelu systému $Y(z)$ můžeme potom pomocí uvedených vztahů (58) a (61) sestavit rovnici

$$Y(z) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} U(z) + \frac{1}{A(z^{-1})} G_r^*(z) \cdot \mathcal{E}(z) \quad (62)$$

Respektive

$$A(z^{-1}) \cdot Y(z) - B(z^{-1}) \cdot U(z) = G_r^*(z) \cdot \mathcal{E}(z) = V(z) \quad (63)$$

$V(z)$ je Z-obraz barevného šumu $v(k)$. Rovnici (62) lze znázornit pomocí schématu na obr.13



Obr. 13 Schéma struktury modelu se zavedením chyby rovnice

V této struktuře se často $\varepsilon(k)$ označuje jako chyba rovnice. Dříve zavedená chyba výstupu modelu je samozřejmě shodná se zavedenou chybou rovnice. Kdyby byla pravá strana rovnice (63) rovná nule, potom by to znamenalo, že na systém nepůsobí poruchový náhodný signál na výstupu. Takový systém by bylo možné dostatečně přesně popsat pouze pomocí deterministické části modelu. Pravá strana rovnice (63) popisuje tedy odchylku od odezvy systému bez působení poruchy. Proto se také signál $v(k)$ označuje jako zobecněná chyba rovnice nebo zkráceně chyba modelu.

Můžeme si představit, že tato chyba modelu $v(k)$ vznikla průchodem bílého šumu $\varepsilon(k)$ přes filtr poruchy s přenosem $G_r^*(z)$.

Při identifikaci systémů se používají různé struktury modelu, které vychází z rovnice (63) a liší se především ve volbě přenosu $G_r^*(z)$, který se obecně definuje

$$G_r^*(z) = \frac{V(z)}{\varepsilon(z)} = \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} \quad (64)$$

kde zavedené polynomy jsou rovny

$$C(z^{-1}) = 1 + c_1 \cdot z^{-1} + \dots + c_n \cdot z^{-n} \quad (65)$$

$$D(z^{-1}) = 1 + d_1 \cdot z^{-1} + \dots + d_n \cdot z^{-n} \quad (66)$$

Struktura modelu zavedená rovnicí (63) s poruchovým signálem se obecně označuje jako model ARMAX. Tato zkratka vznikla z anglického popisu modelu „Auto-Regressive Moving Average with eXogenous variable“, což znamená autoregresivní model s klouzavým průměrem s externí proměnnou. Tato struktura modelu je nejdůležitější v rámci identifikačních metod pomocí odhadů parametrů.

Podle typu přenosu $G_r^*(z)$ lze strukturu modelu ARMAX modifikovat, čímž dospěje ke strukturám modelů, které si získaly samostatná označení.

Pro $G_r^*(z)=1$ dostaneme popis ve tvaru

$$Y(z) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} U(z) + \frac{1}{A(z^{-1})} \cdot \mathcal{E}(z) \quad (67)$$

Který se také označuje ARX.

Pro $G_r^*(z) = A(z^{-1})$ je výstup

$$Y(z) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} U(z) + \mathcal{E}(z) \quad (68)$$

Model se také označuje jako OE (output error).

Model BJ (Box-Jenkins) je popsán rovnicí

$$Y(z) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} U(z) + \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} \cdot \mathcal{E}(z) \quad (69)$$

3 Metoda identifikace soustavy v simulačním prostředí

K nalezení a sestavení matematického modelu systému se využívají dvě základní identifikační metody:

- Analytická identifikace
- Experimentální identifikace

Analytická identifikace vychází z matematicko-fyzikální analýzy. Tato analýza rozkládá systémy na jednoduché části, jejichž chování vyjádříme pomocí bilančních rovnic, které vychází ze základních fyzikálních zákonů, především ze zákona zachování hmoty a energie. Výhodou tohoto přístupu je nalezení modelu odpovídajícímu povaze systému s koeficienty, které představují konkrétní parametry systému (rozměry apod.). Metoda umožňuje modelovat již existující reálné systémy, ale i takové, které jsou ve stádiu návrhu. Důležitým faktorem návrhu je hloubková znalost popisovaného systému.

Experimentální identifikace je proces, vedoucí k vyšetření dynamických vlastností systému a stanovení matematického modelu soustavy, měřením na existujícím zařízení. Nevyžaduje podrobnou znalost struktury systému a procesů probíhajících v systému jako u analytické identifikace. Výsledkem této metody je většinou dynamická charakteristika popsána v časové oblasti pomocí diferenciálních rovnic, operátorovým přenosem, přechodovou a impulsní charakteristikou nebo ve frekvenční oblasti pomocí frekvenčního přenosu a frekvenční charakteristiky. V diplomové práci se zabývám pouze touto identifikací [6].

3.1 MATLAB

Výpočetní systém MATLAB se během uplynulých let stal celosvětovým standardem v oblasti technických výpočtů a simulací ve sféře vědy, výzkumu, průmyslu i v oblasti vzdělávání [8].

MATLAB poskytuje svým uživatelům nejen mocné grafické a výpočetní nástroje, ale i rozsáhlé specializované knihovny funkcí spolu s výkonným programovacím jazykem čtvrté generace. Knihovny jsou svým rozsahem využitelné prakticky ve všech oblastech lidské činnosti.

Díky své architektuře je MATLAB určen zejména těm, kteří potřebují řešit početně náročné úlohy a přitom nechtějí nebo nemají čas zkoumat matematickou podstatu problémů. Více než milion uživatelů po celém světě využívá možnosti jazyka MATLABu, který je mnohem jednodušší než například Fortran nebo C a který skýtá obrovský potenciál produktivity a tvořivosti. Za nejsilnější stránku MATLABu je považováno mimořádně rychlé výpočetní jádro s optimálními algoritmy, které jsou prověřeny léty provozu na špičkových pracovištích po celém světě. MATLAB byl implementován na všech významných platformách (Windows, Linux, Solaris, Mac).

3.1.1 Simulink

Simulink je nadstavba MATLABu pro simulaci a modelování dynamických systémů, který využívá algoritmy MATLABu pro numerické řešení nelineárních diferenciálních rovnic. Poskytuje uživateli možnost rychle a snadno vytvářet modely dynamických soustav ve formě blokových schémat a rovnic[8].

Kromě standardních úloh dovoluje Simulink rychle a přesně simulovat i rozsáhlé "stiff" systémy s efektivním využitím paměti počítače. Pomocí Simulinku a jeho grafického editoru lze vytvářet modely lineárních, nelineárních, v čase diskrétních nebo spojitých systémů pouhým přesouváním funkčních bloků myší. Simulink také umožňuje spouštět určité části simulačního schématu na základě výsledku logické podmínky. Tyto spouštěné a povolované subsystémy umožňují použití programu v náročných simulačních experimentech.

Samozřejmostí je otevřená architektura, která dovoluje uživateli vytvářet si vlastní funkční bloky a rozšiřovat již tak bohatou knihovnu Simulinku. Hierarchická struktura modelů umožňuje koncipovat i velmi složité systémy do přehledné soustavy subsystémů prakticky bez omezení počtu

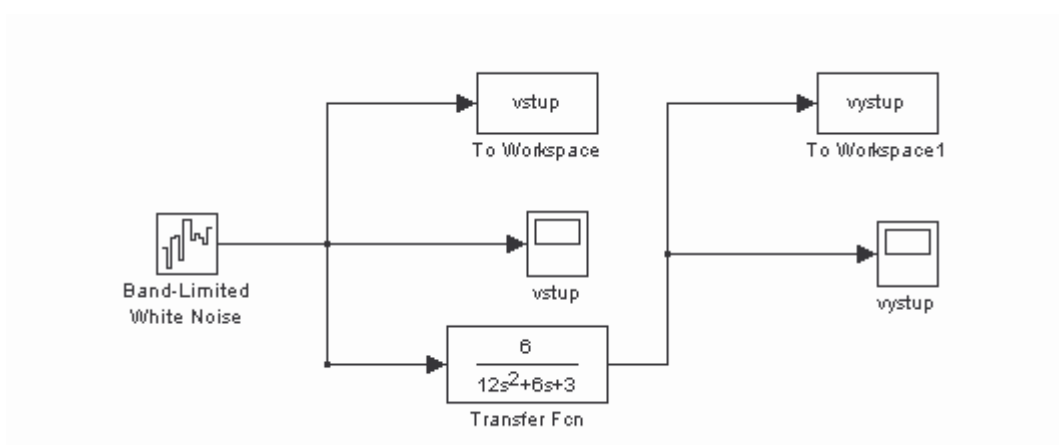
bloků. Simulink, stejně jako MATLAB, dovoluje připojovat funkce napsané uživateli v jazyce C. Vynikající grafické možnosti Simulinku je možné přímo využít k tvorbě dokumentace. Mezi neocenitelné vlastnosti Simulinku patří nezávislost uživatelského rozhraní na počítačové platformě. Přenositelnost modelů a schémat mezi různými typy počítačů umožňuje vytvářet rozsáhlé modely, které vyžadují spolupráci většího kolektivu řešitelů na různých úrovních.

3.1.2 System Identification Toolbox

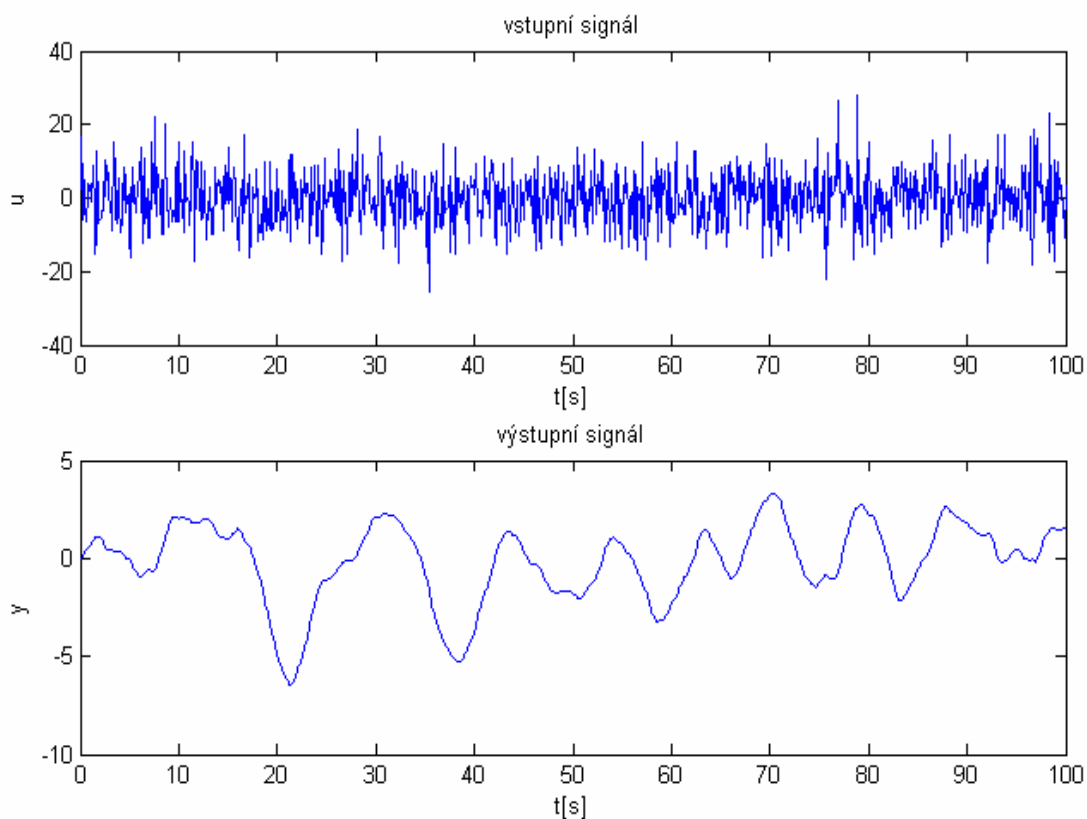
System Identification Toolbox umožňuje navrhovat matematické modely dynamických soustav z naměřených vstupních a výstupních dat. Tento datově orientovaný přístup pomáhá popsat systémy, které není snadné modelovat pomocí specifikace základních fyzikálních zákonů (chemické procesy, dynamika pohonů). Také umožní zjednodušit detailní modely založené na základních fyzikálních zákonech pomocí vhodného nastavení jednodušších modelů porovnáním simulované odezvy.

3.2 Stanovení váhové funkce korelační analýzou

V simulinku jsem si vytvořil simulaci průchodu náhodného signálu (bílý šum) lineárním systémem 2.řádu Obr.14 a získal jsem odezvu systému y s periodou vzorkování $T_{vz}=0.1s$ Obr.15. Jako vstupní parametr velikosti spektra náhodného signálu jsem vložil hodnotu 5.



Obr.14 Simulační model průchodu náhodného signálu lineárním systémem



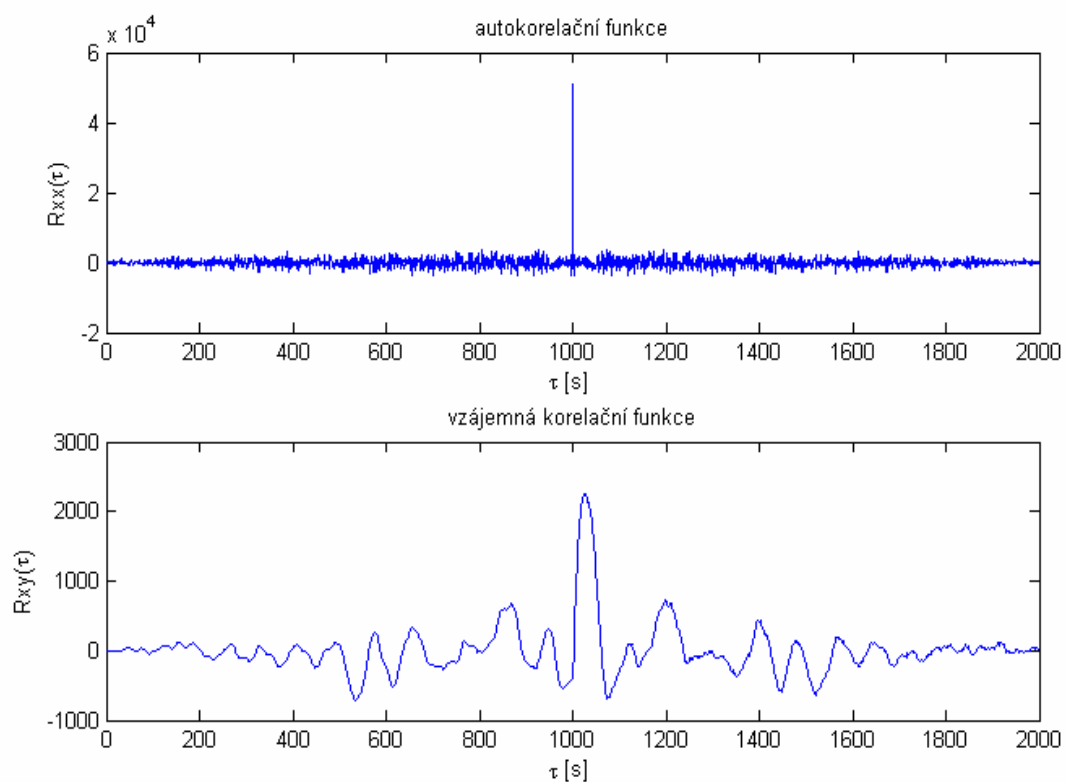
Obr.15 Odezva systému na náhodný vstupní signál

Jako zdroj náhodného signálu jsem použil blok Band-Limited White Noise Obr.14 (pásmově omezený bílý šum). Band-Limited White Noise blok generuje tok náhodných čísel pro použití v kontinuálních nebo hybridních systémech. Primární rozdíl mezi tímto blokem a blokem náhodných čísel je v tom, že Band-Limited White Noise blok vytváří výstup ve specifickém poměru vzorků, který je podobný časové korelaci bílého šumu.

Teoreticky kontinuální bílý šum má časovou korelaci v nule, spektrální hustotu výkonu (PSD) a kovarianci nekonečnou. V praxi to znamená, že nejsme schopni bílý šum vytvořit.

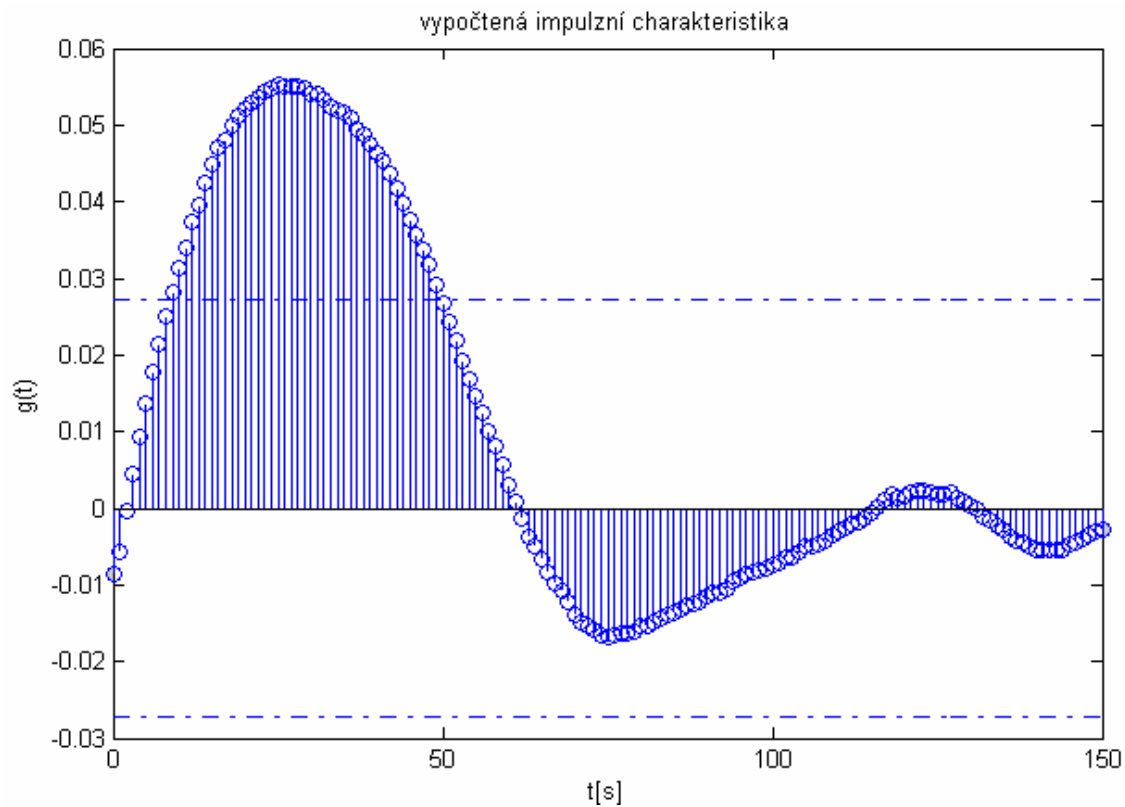
V Simulinku, můžete simulovat účinek bílého šumu pomocí náhodných sekvencí s časovou korelací mnohem menší než je nejkratší doba konstanty systému.

Průběh autokorelační a vzájemné korelační funkce vstupního signálu x a výstupního signálu y si můžeme prohlédnout Obr.16.



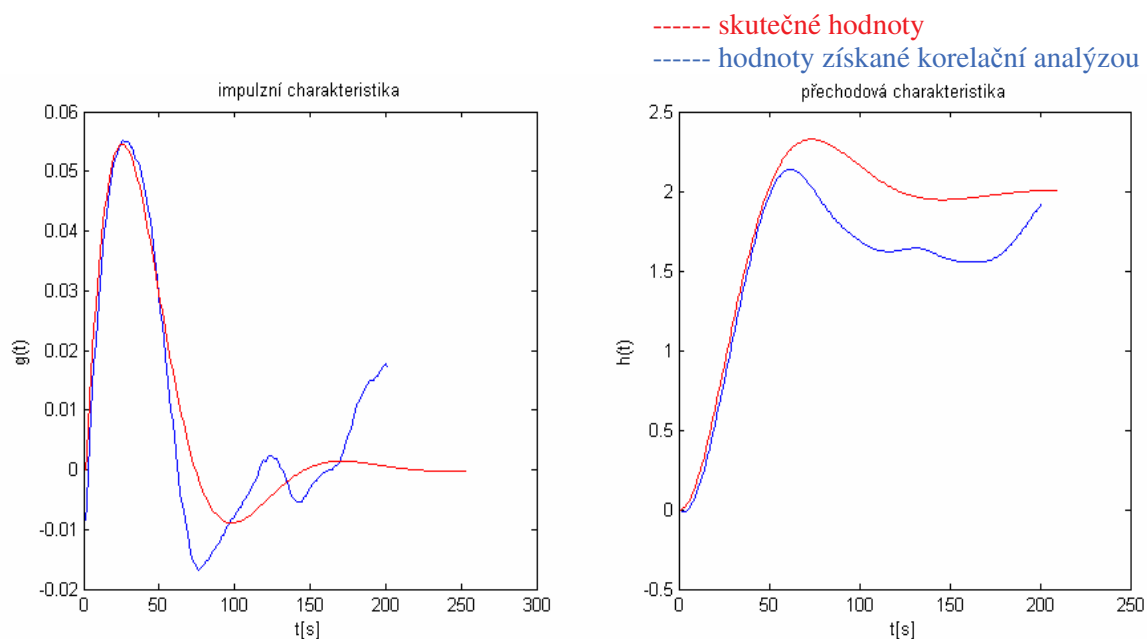
Obr.16 Autokorelační funkce $R_{xx}(\tau)$ a vzájemná korelační funkce $R_{xy}(\tau)$

Průběh vypočtené váhové funkce je na Obr.17. Váhovou funkci jsem v MATLABu vypočetl pomocí funkce *cra*.

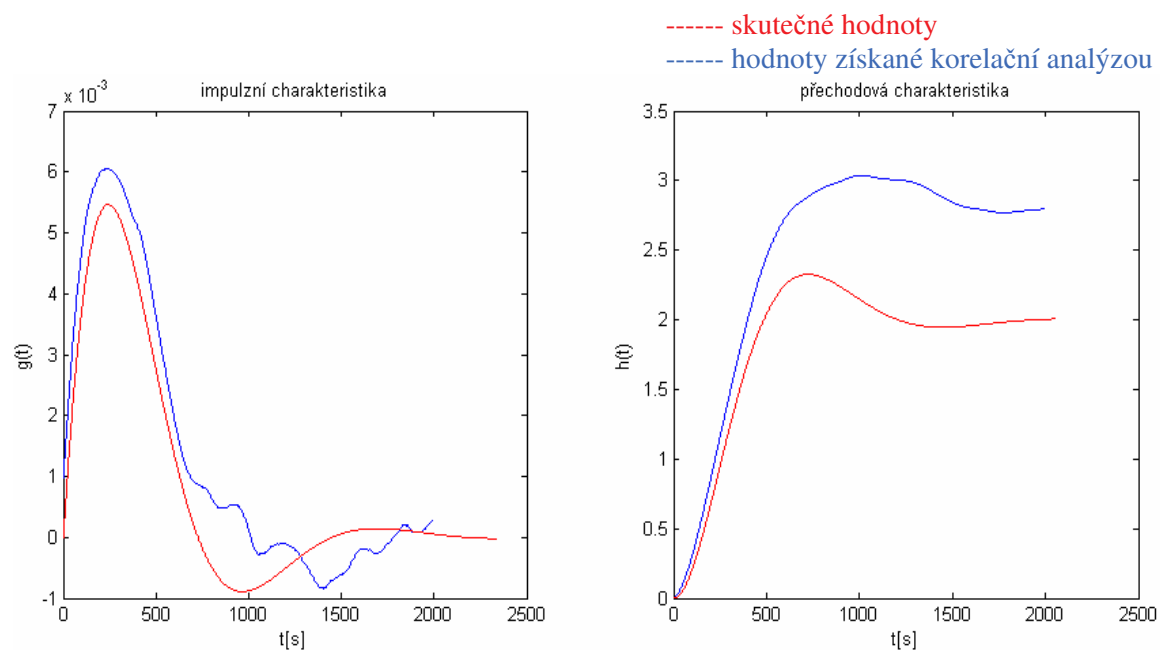


Obr.17 Průběh vypočtené impulsní charakteristiky ($T_{vz}=0.1s$)

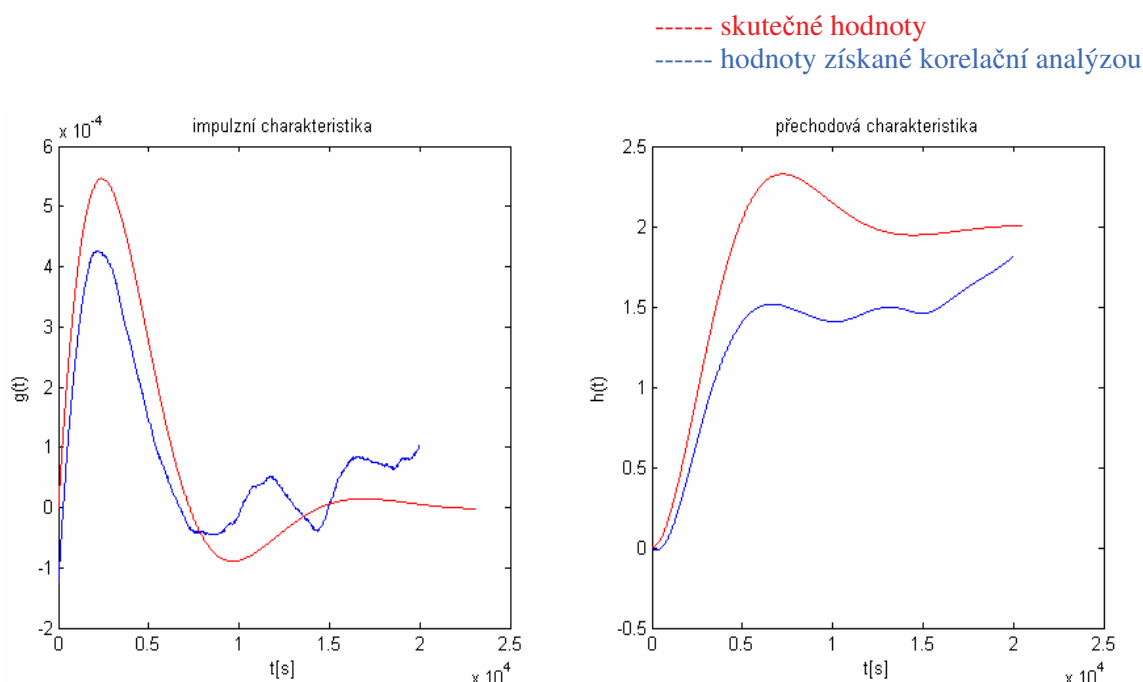
Měření na modelu obr.14 jsem ještě dvakrát zopakoval, tentokrát pro dobu vzorkování $T_{vz}=0.01s$ a $T_{vz}=0.001s$ a výsledky vypočtených váhových funkcí a normovaných přechodových charakteristik jsem porovnal se skutečnými impulsními a přechodovými charakteristikami, které jsem získal pomocí funkcí *impulse* a *step* Obr.18, Obr.19 a Obr.20.



Obr.18 Průběh impulsní a přechodové charakteristiky s $T_{vz}=0.1s$



Obr.19 Průběh impulsní a přechodové charakteristiky s $T_{vz}=0.01s$



Z předcházejících obrázků lze pozorovat podobnost mezi vypočítanými váhovými funkcemi a skutečnými váhovými funkcemi.

3.3 Parametrická identifikace v Matlabu

Model systému obecné struktury můžeme po zpětné Z-tranzformaci vyjádřit pomocí diferenční rovnice

$$y(k) = -\sum_{i=1}^n a_i \cdot y(k-i) + \sum_{i=0}^n b_i \cdot u(k-i) + \sum_{i=0}^n c_i \cdot \varepsilon(k-i) - \sum_{i=0}^n d_i \cdot v(k-i) + \varepsilon(k) \quad (70)$$

Parametr b_0 je roven 0, jelikož se předpokládají reálné systémy bez přímé vazby vstupu na výstup. Shrneme-li všechny parametry modelu do vektoru parametrů

$$\Theta = [a_1 a_2 \dots a_n / b_1 \dots b_n / c_1 \dots c_n / d_1 \dots d_n] \quad (71)$$

a hodnoty všech proměnných v minulých n časových okamžicích do datového vektoru

$$\psi = [-y(k-1) \dots -y(k-n) / u(k-1) \dots u(k-n) / \varepsilon(k-1) \dots \varepsilon(k-n) / -v(k-1) \dots -v(k-n)]^T \quad (72)$$

můžeme rovnici (70) zapsat pomocí vektorového zápisu

$$y(k) = \psi \cdot \Theta + \varepsilon(k) \quad (73)$$

Pokud bychom uvažovali model systému obsahující dopravní zpoždění T_d , které by bylo d -násobkem periody vzorkování T_{vz}

$$d = \frac{T_d}{T_{vz}} \quad (74)$$

měl by diskrétní model systému tvar

$$y(k) = a_1 \cdot y(k-1) - \dots - a_n \cdot y(k-n) + b_1 \cdot u(k-d-1) + \dots + b_n \cdot u(k-d-n) + \varepsilon(k) \quad (75)$$

respektive

$$G(z) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \cdot z^{-d} = \frac{b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-1}} \cdot z^{-d} \quad (76)$$

Obdobně by datový vektor obsahoval hodnoty

$$\psi = [-y(k-1) \dots -y(k-n) / u(k-d-1) \dots u(k-d-n)]^T \quad (77)$$

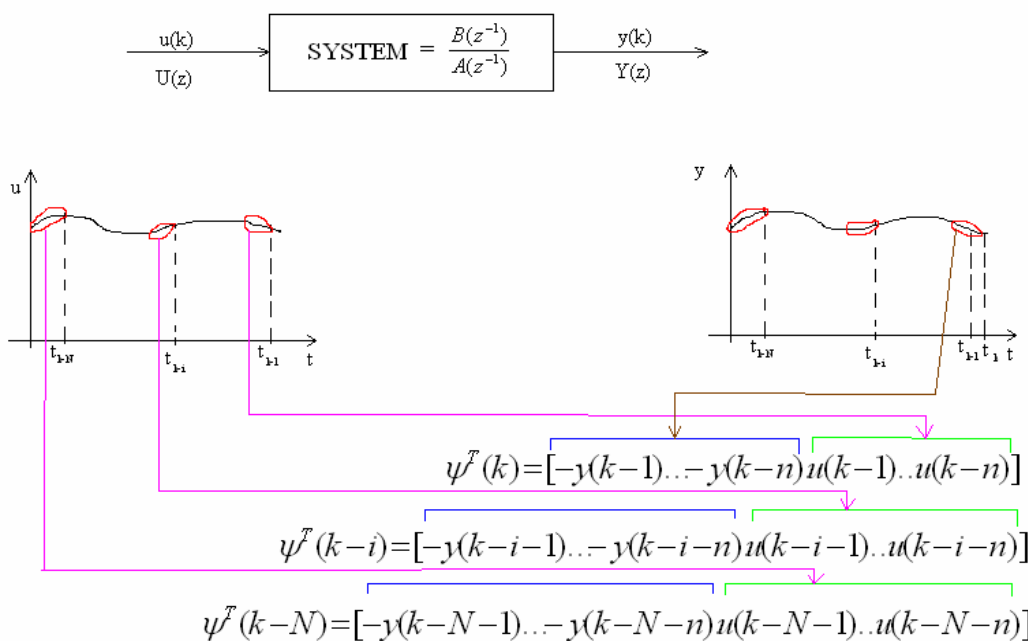
Parametry uvažovaného modelu (69) soustředěné do vektoru parametrů

$$\Theta = [a_1 a_2 \dots a_n / b_1 \dots b_n]^T \quad (78)$$

musí být stanoveny tak, aby rovnice

$$y(k) = a_1 \cdot y(k-1) - \dots - a_n \cdot y(k-n) + b_1 \cdot u(k-1) + \dots + b_n \cdot u(k-n) + \varepsilon(k) \quad (79)$$

byla splněna s co nejmenší chybou $\varepsilon(k)$ a to pro různé soubory měřených hodnot vstupů a výstupů $\psi(k)$.



Obr.21 Schéma sestavení vektorů dat $\psi(k)$

Provede-li se měření n minulých hodnot vstupu a výstupu v N časových okamžicích t_k , kde $k=n+1, n+2, \dots, n+N$, $N \gg n$, můžeme sestavit celkem N rovnic (79) pro N různých datových souborů:

$$y(k) = a_1 \cdot y(k-1) - \dots - a_n \cdot y(k-n) + b_1 \cdot u(k-1) + \dots + b_n \cdot u(k-n) + \varepsilon(k)$$

$$y(k-i) = a_1 \cdot y(k-i-1) - \dots - a_n \cdot y(k-i-n) + b_1 \cdot u(k-i-1) + \dots + b_n \cdot u(k-i-n) + \varepsilon(k)$$

$$y(k-N) = a_1 \cdot y(k-N-1) - \dots - a_n \cdot y(k-N-n) + b_1 \cdot u(k-N-1) + \dots + b_n \cdot u(k-N-n) + \varepsilon(k) \quad (80)$$

s použitím vektorového zápisu můžeme psát

$$y(k) = \psi^T(k) \cdot \Theta + \varepsilon(k)$$

$$y(k-i) = \psi^T(k-i) \cdot \Theta + \varepsilon(k-i)$$

$$y(k-N) = \psi^T(k-N) \cdot \Theta + \varepsilon(k-N) \quad (81)$$

Sestavíme-li z vektorů dat v jednotlivých časových okamžicích matici dat Ψ

$$\psi(k) = \begin{bmatrix} \psi^T(k-N) \\ \psi^T(k-N+1) \\ \psi^T(k-i) \\ \psi^T(k) \end{bmatrix} \quad (82)$$

hodnoty výstupu shrneme do vektoru y

$$y(k) = \begin{bmatrix} y(k-N) \\ y(k-N+1) \\ y(k-i) \\ y(k) \end{bmatrix} \quad (83)$$

a hodnoty chyby do vektoru

$$\varepsilon(k) = \begin{bmatrix} \varepsilon(k-N) \\ \varepsilon(k-N+1) \\ \varepsilon(k-i) \\ \varepsilon(k) \end{bmatrix} \quad (84)$$

Zjednoduší se zápis soustavy rovnic (80) na tvar

$$y(k) = \psi(k) \cdot \Theta + \varepsilon(k) \quad (85)$$

Vektor parametrů Θ obsahuje celkem $2n$ hledaných parametrů. Je zcela zřejmé, že pro jejich určení musíme sestavit alespoň $2n$ rovnic.

Parametry modelu určené pouze ze soustavy $2n$ rovnic by obecně pro jiný soubor měřených hodnot mohly způsobit velkou chybu modelu. Proto, aby model byl pokud možno co nejpresnější pro libovolný čas, určují se parametry přeúčtené soustavy rovnic, tedy pro počet měřených hodnot $N \gg 2n$. Matice dat $\psi(k)$ je obdélníková matice typu $N \times 2n$. Jednotlivé řádky jsou tvořeny příslušnými datovými vektory, přičemž první řádek tvoří „nejstarší“ hodnoty a poslední řádek „nejmladší“ hodnoty. Vektor výstupu $y(k)$ stejně jako vektor chyby $\varepsilon(k)$ mají dimenzi N .

Stanovit koeficienty přenosu systému při respektování náhodné poruchy tak, aby chyba byla pokud možno co nejmenší, nabízí aplikace metody nejmenších čtverců. Parametry modelu se

stanoví minimalizací kvadratického kritéria J , které minimalizuje druhou mocninu chyby modelu a je funkcí hledaných parametrů

$$J(\Theta) = \varepsilon^T(k) \cdot \varepsilon(k) \quad (86)$$

Chybu modelu můžeme vyjádřit z rovnice (85)

$$\varepsilon(k) = y(k) - \Psi(k) \cdot \Theta \quad (87)$$

po dosazení má kvadratické kritérium tvar

$$J(\Theta) = [y(k) - \Psi(k) \cdot \Theta]^T \cdot [y(k) - \Psi(k) \cdot \Theta] \quad (88)$$

Z podmínky pro minimum kvadratického kritéria

$$\frac{\partial J(\Theta)}{\partial \Theta} = 0 \quad (89)$$

po provedení parciální derivace

$$\frac{\partial J(\Theta)}{\partial \Theta} = 2 \cdot \Psi(k)^T [y(k) - \Psi(k) \cdot \Theta] \quad (90)$$

A následné úpravě dospějeme k podmínce

$$\Psi^T(k) \cdot [y(k) - \Psi^T(k) \cdot \Theta] = 0 \quad (91)$$

ze které lze stanovit odhad $\hat{\Theta}$ hledaného vektoru parametrů Θ

$$\hat{\Theta} = [\Psi^T(k) \cdot \Psi(k)]^{-1} \cdot \Psi^T(k) \cdot y(k) \quad (92)$$

Zavedeme-li matici

$$P(k) = [\Psi^T(k) \cdot \Psi(k)]^{-1} \quad (93)$$

Můžeme pak vektor odhadu parametrů vyjádřit jako

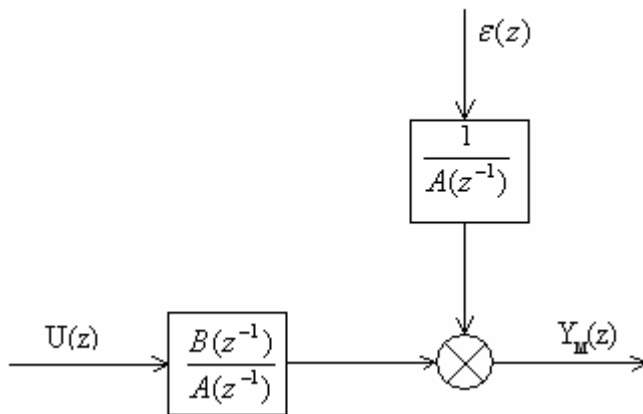
$$\hat{\Theta} = P(k) \cdot \Psi^T(k) \cdot y(k) \quad (94)$$

Výpočet parametrů modelu vyžaduje výpočet inverzní matice součinu $\Psi^T(k) \cdot \Psi(k)$, což může být numericky problematické. Matice $\Psi(k)$ je tvořená po řádcích datovými vektory. Bude-li soustava nedostatečně vybudena, mohou se hodnoty různých vektorů málo lišit, čímž se stanou lineárně závislými a matice bude singulární [7].

3.3.1 Popis modelem ARX

Uvažujme model průchodu náhodného signálu lineárním systémem Obr. 14, jehož simulací jsme získali data ve formě vstupního a výstupního signálu obr.15.

Strukturu modelu ARX jenž je popsána modelem (67) můžeme vidět na Obr.22.



Obr.22 Struktura modelu ARX

Parametrizaci modelu provedeme buď příkazem `arx`, nebo v identifikačním modulu MATLABu (Identification Toolbox). Výsledek identifikace je na (Obr.23).

```
Discrete-time IDPOLY model: A(q) y(t) = B(q) u(t) + e(t)
A(q) = 1 - 1.949 q^-1 + 0.9512 q^-2

B(q) = 0.002458 q^-1 + 0.002418 q^-2

Estimated using ARX
Loss function 5.76703e-030 and FPE 5.81331e-030
Sampling interval: 1
```

Obr.23 Výpis parametrů modelu ARX

Ztrátová funkce „loss fcn“ a Aikakeho konečná chyba predikce FPE (final prediction error) je určená vztahem

$$FPE = \frac{1 + \frac{n}{N}}{1 - \frac{n}{N}} \cdot V \quad (95)$$

kde n je počet odhadovaných parametrů, N délka vstupního souboru dat, V je hodnota kvadratického kritéria, vyhodnocují přesnost získaného modelu.

Po přepočtu parametru modelu ARX obr.23 získáváme výslednou podobu soustavy

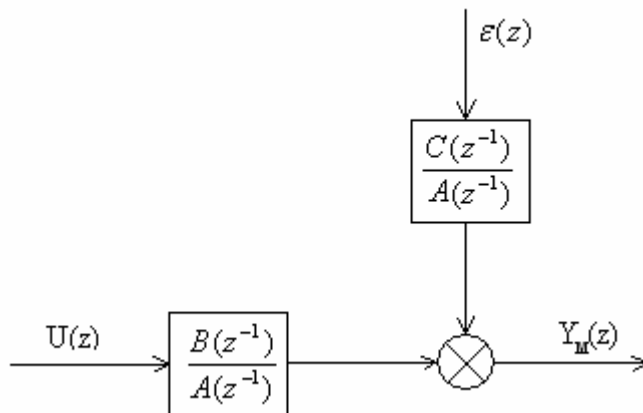
$$G(s) = \frac{2,127 \cdot 10^{-7} s + 0,5}{s^2 + 0,5s + 0,25} \quad (96)$$

Z porovnání získaných hodnot přenosu $G(s)$ (96) s koeficienty simulovaného modelu Obr.14 si lze udělat představu o kvalitě identifikace. Odchylka je způsobena zaokrouhlováním čísel při zpětném převodu z diskrétní na spojitou soustavu.

3.3.2 Popis modelem ARMAX

Strukturu modelu ARMAX jenž je popsána modelem (97) můžeme vidět na Obr.24

$$Y(z) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} U(z) + \frac{C(z^{-1})}{A(z^{-1})} \mathcal{E}(z) \quad (97)$$



Obr.24 Struktura modelu ARMAX

Parametrizaci modelu provedeme buď příkazem `armax`, nebo v identifikačním modulu MATLABu (Identification Toolbox). Výsledek identifikace je na obr.25

```
Discrete-time IDPOLY model: A(q) y(t) = B(q) u(t) + C(q) e(t)
A(q) = 1 - 1.949 q^-1 + 0.9512 q^-2

B(q) = 0.002458 q^-1 + 0.002418 q^-2

C(q) = 1 + 0.9834 q^-1 + 0.9388 q^-2

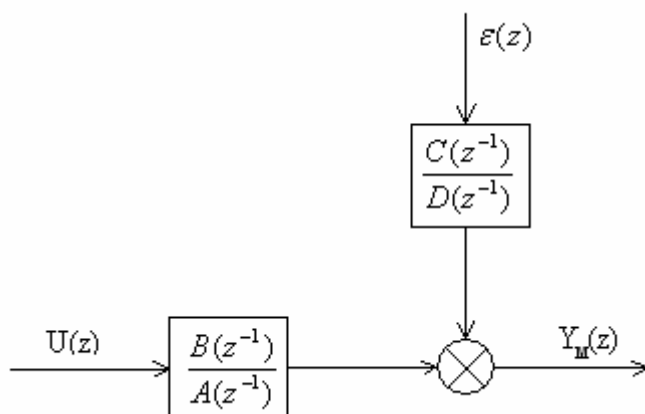
Estimated using ARMAX
Loss function 1.61014e-028 and FPE 1.62969e-028
Sampling interval: 1
```

Obr.25 Výpis parametrů modelu ARMAX

Po přepočtu parametru modelu ARMAX získáváme výslednou podobu soustavy (96).

3.3.3 Popis modelem BJ (Box-Jenkins)

Strukturu modelu BJ jenž je popsána modelem (69) můžeme vidět na obr.26



Obr.26 Struktura modelu BJ

Parametrizaci modelu provedeme buď příkazem `bj`, nebo v identifikačním modulu MATLABu (Identification Toolbox). Výsledek identifikace je na obr.27

```
Discrete-time IDPOLY model:  $\hat{y}(t) = [B(q)/F(q)]u(t) + [C(q)/D(q)]e(t)$ 
B(q) = 0.002458 q-1 + 0.002418 q-2

C(q) = 1 + 0.9302 q-1 + 0.84 q-2

D(q) = 1 - 1.997 q-1 + 0.999 q-2

F(q) = 1 - 1.949 q-1 + 0.9512 q-2

Estimated using BJ
Loss function 9.54299e-030 and FPE 9.69832e-030
Sampling interval: 1
```

Obr.27 Výpis parametrů modelu BJ

Po přepočtu parametru modelu BJ získáváme výslednou podobu soustavy (96).

3.3.4 Vyhodnocení výsledků

Z výsledku zjistíme, že výsledné podoby soustav struktur ARX, ARMAX, BJ jsou shodné, což se díky tomu, že jsme identifikovali simulovanou soustavu v simulinku dalo očekávat.

4 Metoda identifikace reálné soustavy

4.1 Lineární a linearizovaný systém

Lineární systém je definován jako kombinace lineárních elementů, spojených vzájemně určitým způsobem. Jako lineární elementy jsou uvažovány ohmické odpory, indukčnosti, kapacity a ideální zesilovač. Není-li systém elektrický, ale například mechanický nebo akustický, lze elementy z nichž se skládá, přepočítat a vyjádřit pomocí fyzikální podobnosti uvedenými elektrickými elementy (parametry). Jsou uvažovány pouze systémy se soustředěnými parametry (například vedení není uvažováno). Jakýkoliv uvažovaný systém je elementem nějakého rozsáhlejšího, většího systému, a současně je systémem pro jiné elementy. Rozsah systému je určen jeho vstupy a výstupy. Systém lze zobrazit blokovým diagramem. Vlastnosti a chování systému jsou určeny vlastnostmi elementů, z nichž se skládá, a způsobem jejich vzájemného spojení, tj. tvarem spojovací sítě a směry šíření signálů mezi elementy uvažovaného systému. Za signál lze považovat jakoukoli veličinu která je funkcí času.

Lineární systém je abstrakcí neboli modelem skutečného fyzikálního systému. Je podstatou metody vědecké práce, že vytváří své teorie pro modely, které jsou vždy abstrakcí skutečnosti. Ověření přiměřenosti provedené abstrakce tj. nalezení oboru platnosti dané teorie (stanovení předpokladů) patří k nejdůležitějším otázkám vědeckého popisu. Lineární systémy, které jsou podmnožinou fyzikálních systémů, jsou tedy modely určité části fyzikálního světa.

Pro představu velikosti abstrakce a zjednodušení, kterou představuje lineární systém jako model skutečného fyzikálního objektu, je nutné si uvědomit následující nástin rozdělení:

- a) Fyzikální systémy lze rozdělit na determinované a stochastické.
- b) Stochastické systémy lze rozdělit na diskrétní a spojitě
- c) Determinované systémy lze rozdělit na lineární a nelineární
- d) Lineární systémy lze rozdělit na systémy se soustředěnými parametry, které lze popsat řádnými diferenciálními rovnicemi, a na systémy s rozloženými parametry, které je nutno popsat parciálními diferenciálními rovnicemi.

U všech těchto systémů je prvním předpokladem, že jsou stabilní. Skutečný fyzikální objekt by musel být popsán všemi těmito systémy současně, poněvadž linearita může být uvažována jako zvláštní případ nelinearity, řádné diferenciální rovnice jako zvláštní případ parciálních rovnic (když derivace podle prostorových souřadnic jsou rovny nule a zbývá jen derivace podle času), a determinovaný systém jako zvláštní systém stochastického systému, jehož distribuční funkce má pro všechny velikosti náhodné proměnné, s výjimkou jediné, hodnotu nula, a pro tuto hodnotu má velikost jedna.

Lineární systém má na výstupu odezvu, jejíž tvar nezávisí na velikosti buzení (bez ohledu na násobení všech pořadnic odezvy stejnou konstantou-lineární zesílení). Poněvadž příroda je ve své podstatě nelineární, je nutné chápat linearitu jako první (nejhrubší) aproximaci nelinearity.

Lineární determinovaný systém má tu důležitou vlastnost, že u něj a pouze u něj platí zákon superpozice; to znamená, že odezva na buzení každého vstupu může být sledována nezávisle od všech ostatních vstupů, a výsledná odezva se získá součtem všech takto získaných dílčích odezev. Sčítat lze jak odezvy od prostorově různých vstupů, tak i odezvy od časově posunutých buzení stejného vstupu. Pro lineární systém tedy platí, že všechny přechodové charakteristiky jsou součtem signálů stejného matematického tvaru.

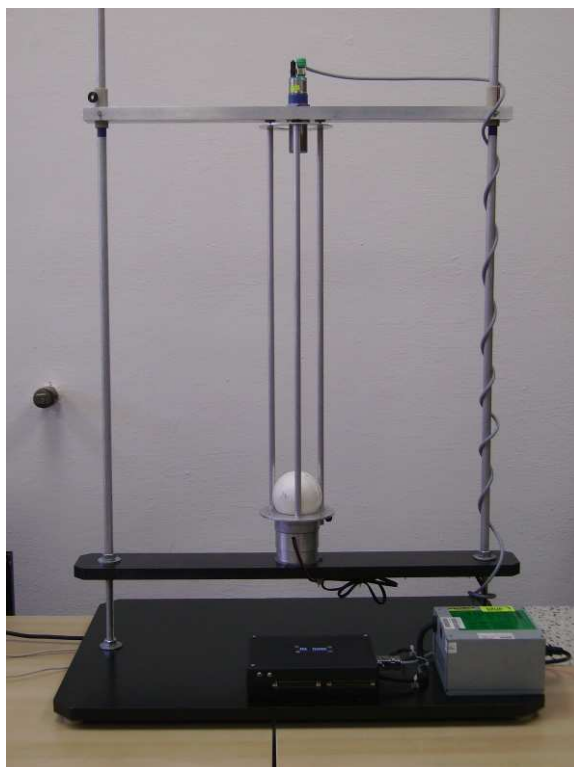
Nelineární systém lze aproximovat lineárním systémem pouze v omezeném intervalu hodnot buzení. Proto jsou lineární matematické rovnice dostatečně přesným popisem systému pouze v určitém konečném rozsahu proměnných, a stávají se méně a méně přesnými, jestliže jedna nebo více proměnných z tohoto rozsahu vybočí.

Proto mnoho případů tato první aproximace vyhovuje; v mnoha dalších případech může být přijatá větší nebo menší podstatná ztráta přesnosti jako daň zaplacená za získání jednoduchosti při

rozboru linearizovaného systému. Poněvadž řešení nelineárních rovnic vyššího stupně než druhého je známo poměrně velmi málo, je analýza nelineárních systémů značně obtížná a provádí se obvykle jinými prostředky než matematickým analytickým řešením [1].

4.2 Model vzduchové levitace

V této kapitole se zabývám rozбором a identifikací modelu vzduchové levitace. Reálný model Obr.18 je umístěn v laboratoři E228 na katedře Měřicí a řídicí techniky FEI VŠB-TU Ostrava [6].



Obr.18 Fotografie reálného modelu levitace

Vzduchová levitace patří k přístrojům umožňujícím vertikální pohyb tělesa na vzduchovém polštáři. Model je široký 700mm, vysoký 1180mm a dlouhý 700mm

Rozměrově největší část tvoří tzv. základna. Jedná se o desku vyrobenou z dřevotřísky o rozměrech 500x20x700mm s oříznutými rohy. Tato deska zajišťuje celému systému potřebnou stabilitu a slouží jako výchozí bod pro rozložení dalších konstrukčních prvků systému. Lze na ní nalézt komunikační jednotku, zdroj stejnosměrného napětí a na každé boční straně jednu z vodících tyčí.

Na vodících tyčích o výšce $h = 490\text{mm}$ a průměru $d = 12\text{mm}$, je přišroubován držák dmychadla z dřevotřísky o rozměrech 90x20x700mm, který se nalézá ve výšce 125mm nad základnou.

Na dmychadle, zdroje proudu vzduchu, je upevněna stabilizační klec výšky 610mm. Tvoří ji tři stejné hliníkové části trubkovitého profilu (průměru $d = 10\text{mm}$) vybavené na obou koncích závity a přišroubované k hliníkovým plechům kulatého profilu o šířce 2mm. Vnitřní průměr klece lze měnit mezi dvěma různými hodnotami. V mé práci je tato klec trvale nastavena na průměr 80mm (druhým rozměrem je průměr $d = 60\text{mm}$). Do klece se vkládají různá tělesa (koule), kterými je pak možno pomocí změny proudu vzduchu pohybovat nahoru a dolů.

Snímače pro měření výšky levitujícího tělesa je upevněno v hliníkovém držáku obdélníkového tvaru (40x20x650mm) těsně nad vrchní části stabilizační klece. Upevnění držáku s čidlem zajišťují dvě hliníkové tyče trubkovitého profilu, které slouží jako prodloužení vodících tyčí.

Napájecí zdroj

Celý model je napájen napětím 230V AC. Toto napětí je vstupem do počítačového zdroje AT firmy EMKO. Zdroj poskytuje celkově 5 výstupních úrovní napětí s maximálním výkonem 200W. Pro moje účely jsem použil dvě napěťové úrovně 5V/20A (červený kabel), 12V/7,5A (žlutý kabel) a výkonovou zem (GND). Tato napětí slouží pro napájení senzoru, akčního členu a celkové elektroniky použité pro stavbu modelu.

Dmychadlo

Jediným akčním členem celého modelu levitace je modelářské dmychadlo (29). Skládá se z vrtule s třemi lopatkami, držáku motoru a roury o průměru $d = 60\text{mm}$, ve které jsou všechny komponenty trvale připevněny.



Obr.29 Modelářské dmychadlo DF 69

Pohon dmychadla zajišťuje stejnosměrný feritový motor typu Protech MEGAX 300/6V. Ten je vlisován do držáku motorku. Na jeho hřídeli je připojena a zajištěna šroubem vrtule dmychadla.

Technické parametry motorku

Technické parametry použitého motorku Protech MEGAX 300:

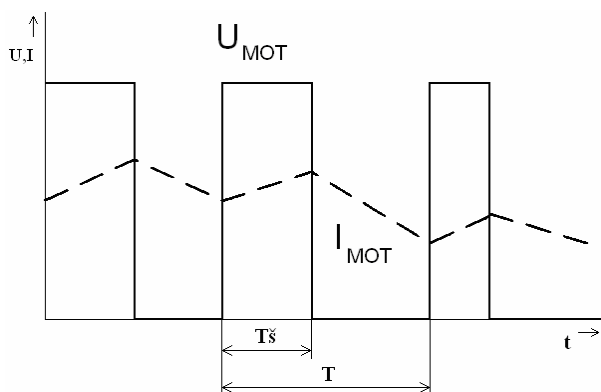
- Provozní napětí 1,2 – 6V
- Otáčky na prázdko 29300 ot./min.
- Proud při max. účinnosti 5A
- Maximální účinnost 67 %
- Maximální proud 28A
- Průměr x délka 24,4x30,8mm
- Hmotnost 50g
- Průměr hřídele 2mm

Pro řízení otáček stejnosměrného motorku se používá pulsně šířková modulace (ang. PWM – Pulse Width Modulation, obr.30) generovanou pomocí karty MF624 (4.2.1). Jedná se o proces, u kterého dochází ke změně šířky pulsu nějakého nosného signálu (obdélníkového

signálu) při konstantní periodě signálu (šířka pulsu udává procentuální hodnotu sepnutí motoru). Rychlost otáčení motorku je potom přímo úměrná šířce pulsu (střední hodnotě napětí přiváděného na kotvu motoru), což je energeticky úspornější (malé, téměř žádné výkonové ztráty) a dosahuje se větší účinnosti než u řízení pomocí reostatu.

Hodnota napětí na výstupu PWM je rovna:

$$U_{OUT} = U_{MOT} \cdot \frac{T_s}{T} \quad [V] \quad (98)$$



Obr.30 Princip pulsně šířkové modulace

Měření výšky levitujícího tělesa zajišťuje ultrazvukový snímač firmy Pepperl+Fuchs obr.31. Jedná se o model typu UC500-30GM-IUR2-V15. Měřicí vzdálenost tělesa od snímače s maximálním měřicím rozsahem je od 50 do 500mm.



Obr.30 Ultrazvukový snímač firmy Pepperl+Fuchs použité v modelu

Použitý senzor má dva výstupy:

- Analogový proudový výstup s rozsahem 4 až 20mA.
- Analogový napěťový výstup s rozsahem 0 až 10V.

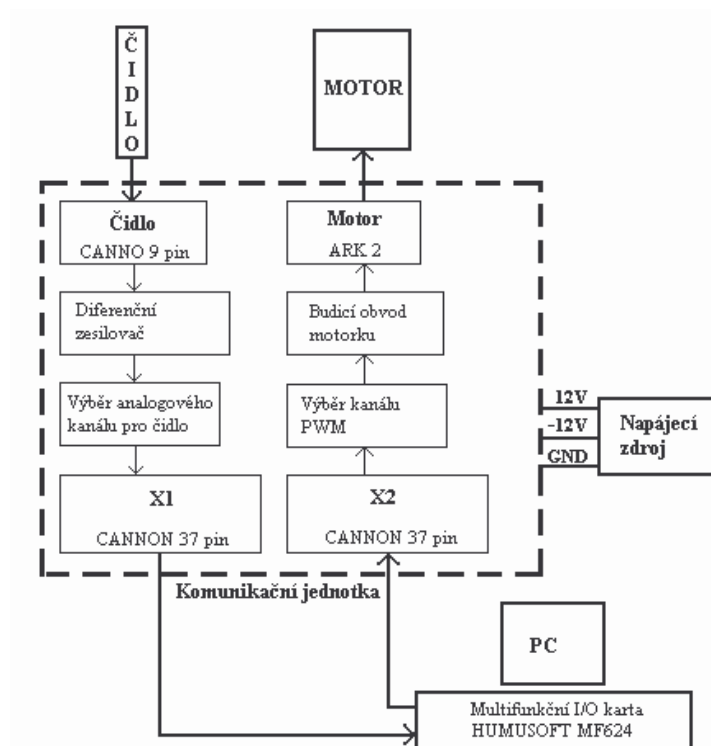
Elektronika snímače zajišťuje libovolné nastavení měřicího intervalu uvnitř maximálního rozsahu. Výstup senzoru je poté v plném rozsahu lineárně interpolován do zvoleného intervalu.

Senzor je vybaven funkcí TEACH IN, umožňující snadné nastavení měřicího rozsahu a zachování nastavených hodnot v paměti i po vypnutí napájecího napětí. Je vybaven rozhraním RS232 pro komunikaci senzoru se servisním programem ULTRA 2001 (můžeme nastavovat servisní parametry čidla např. měřicí rozsah, rychlost zvuku atd.)

Napájecí napětí snímače je 10 až 30V DC s maximálním výkonovým odběrem $\leq 900\text{mW}$.

Pro komunikaci modelu levitace s multifunkční měřicí a řídicí kartou MF624 zajišťuje komunikační jednotka. Hlavním úkolem této jednotky je úprava signálů vstupujících do a vystupujících z multifunkční karty MF624.

Blokové schéma komunikační jednotky zobrazuje obr.31



Obr.31 Blokové schéma komunikační jednotky

Celá elektronika komunikační jednotky je napájena silovým napětím +5V (napájení motorku dmychadla), +12V (napájení ultrazvukového čidla) z napájecího zdroje přes konektor ARK500. Aby byl zdroj schopen dodávat potřebné napětí, musí být z něho neustále odebírán elektrický proud (obr.33). Toto zajišťují rezistory $R_1 = 27/5W$ (5V) a $R_2 = 120/5W$ (12V), s proudovým odběrem $I_{R1} = 0,1852A$ a $I_{R2} = 0,1A$ vypočtené podle vzorce.

$$I_{RX} = \frac{U_{RX}}{R_X} \quad [A] \quad (99)$$

Ztrátové výkony na jednotlivých rezistorech (R_1 , R_2) se vypočítají podle vzorce (100) a jsou rovny $P_{R1} = 0,926W$ a $P_{R2} = 1,2W$.

$$P_{RX} = U_{RX} \cdot I_{RX} \quad [W] \quad (100)$$

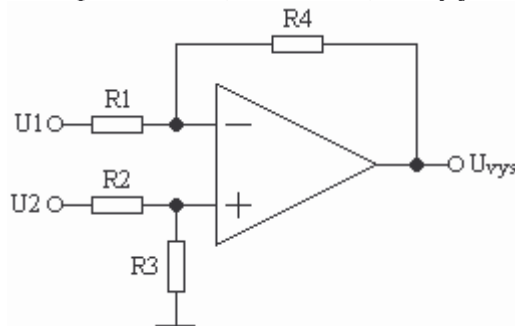
Za rezistory R_1 a R_2 lze nalézt vyhlazovací a blokovací kondenzátory C_1 , C_2 , C_3 , C_4 . Obě silová napětí jsou signalizována pomocí dvou LED diod D_1 , D_2 o průměru 3mm (červená, zelená) s úbytky napětí $U_{D1} = 2,1V$, $U_{D2} = 1,9V$ a předřadnými rezistory $R_3 = 220\Omega$, $R_4 = 680\Omega$. Po dosazení hodnot do vzorce (101) jsem si určil proudy protékající těmito diodami. Hodnota proudu $I_{D1} = 13,2 \text{ mA}$ a $I_{D2} = 14,85 \text{ mA}$.

$$I_{DX} = \frac{U_{5,12V} - U_{LED}}{R_{LED}} \quad [A] \quad (101)$$

Za LED signalizaci je zapojená do obvodu s napětím 5V ochranný prvek v podobě pomalé tavné axiální pojistky o hodnotě 5A/230V a do obvodu s napětím 12V rychlou tavnou axiální pojistku hodnoty 80mA/230V.

Propojení multifunkční měřicí a řídicí karty s komunikační jednotkou zajišťují dva 37-pinové počítačové vodiče. Ty jsou na obou stranách zakončeny konektory typu CANNON.

Na konektor X1 (Cannon 37 V 90) jsou připojeny analogové vstupy multifunkční měřicí a řídicí karty MF624. Výběr jednoho z osmi analogových kanálů pro měření napětí z ultrazvukového čidla se provádí pomocí přepínače SW2 (DIP 8X, nesmí být dva a více kanálů aktivních najednou). Aby nedošlo k poškození multifunkční karty MF624, popřípadě ultrazvukového senzoru, je u těchto zařízení oddělena analogová signálová zem pomocí diferenčního zesilovače vytvořeného pomocí OZ (IC1 – OP07), který jsem zapojil podle obr.32.



Obr.32 Typické zapojení diferenčního zesilovače

Jedná se o zesilovač pro sledování dvou signálů U_1 (0V-GND), U_2 (napětí úměrné výšce levitujícího míčku). Jeden ze signálů se připojí na invertující a druhý na neinvertující vstup zesilovače. Pokud chceme diferenční zesilovač použít jen pro oddělení signálových zemí, musíme docílit stejného zesílení obou větví a zesílení rozdílu vstupních napětí, které je rovno jedné. Toto zajistíme vhodným zvolením rezistorů.

Pro rozdílový zesilovač platí operační rovnice.

$$U_{vys} = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \left(1 + \frac{R_4}{R_1} \right) U_2 - \frac{R_4}{R_1} U_1 \quad [V] \quad (102)$$

Podmínkou potlačení souhlasného napětí je poměrové vyvážení odporů zpětnovazebních rezistorů, pro které platí:

$$\frac{R_3}{R_2} = \frac{R_4}{R_1} \quad (103)$$

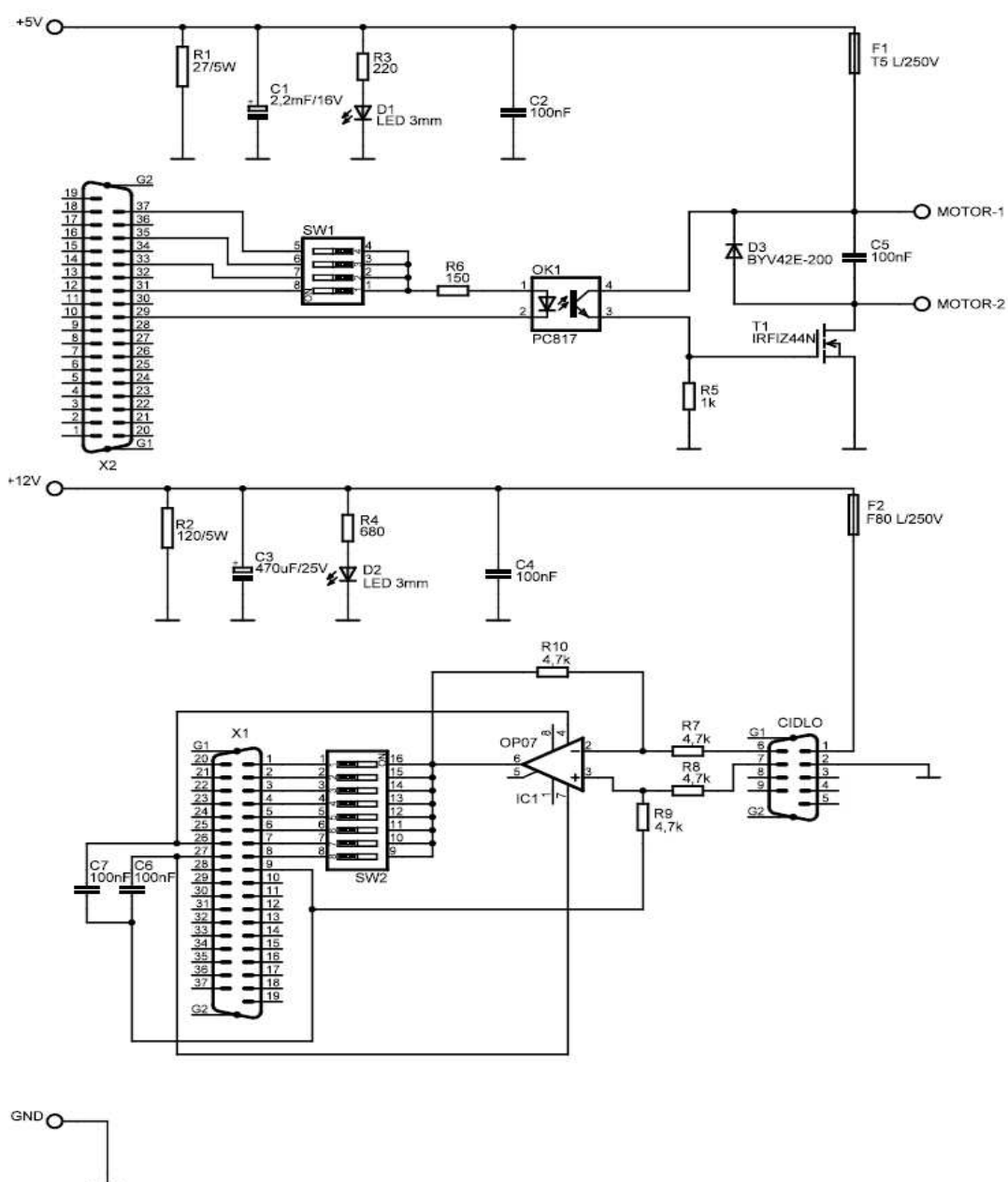
Pak lze výstupní napětí U_{vys} vypočíst pro ideální zesilovač podle rovnice.

$$U_{\text{vys}} = \frac{R_2}{R_1} (U_2 - U_1) \quad [\text{V}] \quad (104)$$

Z rovnice (103) a (104) lze tedy vyvodit závěr, že ke splnění všech daných podmínek je třeba volit rezistory $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$. V obvodovém schématu komunikační jednotky (obr.33) jsou rezistory $R_1 - R_4$ prezentovány rezistory $R_7, R_8, R_9, R_{10} = 4,7\text{k}\Omega$. Výstupní napětí diferenčního zesilovače má v reálném zapojení nepatrné odchylky oproti rozdílu vstupních napětí ($U_2 - U_1$). Způsobují to odchylky hodnot použitých rezistorů.

Napájení OZ (12V, -12V) zajišťují napájecí signály z multifunkční karty MF624. Na jejich vstupech jsou zapojeny blokovací kondenzátory C6, C7.

Připojení ultrazvukového senzoru ke komunikační kartě je provedeno pomocí 9-pinového CANNON konektoru pojmenovaného CIDLO ve schématu na obr.33.



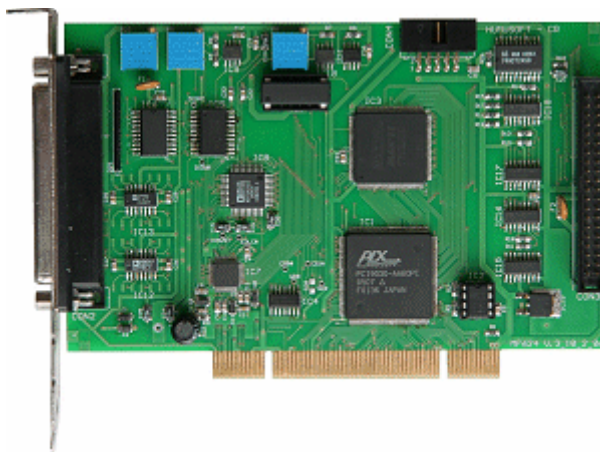
Obr.33 Schéma komunikační jednotky

Na konektor X2 (Cannon 37 V 90) jsou připojeny digitální výstupy multifunkční měřicí a řídicí karty MF624, na kterých je generován PWM signál. Multifunkční karta MF624 poskytuje dohromady 4 signály (aktivní se volí v Matlab&Simulink) a přepínání mezi těmito kanály se na komunikační jednotce provádí pomocí přepínače SW1 (DIP 4X, nesmí být dva a více kanálů aktivních najednou).

PWM signál je přiváděn na optočlen OK1 (PC817), který slouží k optickému oddělení digitální země multifunkční karty MF624 od výkonové země napájecího zdroje.

Přes optočlen OK1 je buzen výkonový tranzistor T1 (IRFIZ44N), kterým jsou řízeny otáčky motoru MEGAX 300. Tento tranzistor je nutné chránit pomocí ochranné usměrňovací diody D3 před záporným napětím. Motor se totiž chová v elektrickém obvodu jako indukční zátěž, takže při rozepnutí spínače se na jeho svorkách indukuje značně vysoké napětí. Napětí je tím větší, čím rychlejší je proces přepínání. Motor je připojen k budicímu obvodu pomocí konektoru ARK500.

4.2.1 Multifunkční měřicí a řídicí karta MF624



Obr.34 Multifunkční měřicí a řídicí karta MF624

Tato PCI karta tvoří rozhraní mezi osobním počítačem a reálnými signály. Využívá ke své činnosti programu MATLAB s nainstalovaným Real Time Toolboxem. Toto spojení tvoří komplexní systém nejen pro měření a řízení technologických procesů, ale také pro sběr dat z jednotlivých kanálů a následnému vyhodnocování. V mé diplomové práci využívám dohromady 8 analogových vstupů, 4 digitální výstupy, napájecí výstupy +12V a -12V a zemnicí kanál [6].

Vlastnosti

- Osm single-ended 14-bitových analogových vstupů
- Osm 14-bitových analogových výstupů
- Krátká doba převodu
- 8 digitálních vstupů, 8 digitálních výstupů
- 4 vstupy inkrementálních snímačů (diferenciální)
- 4 čítače/časovače
- Nízká spotřeba

Technické parametry

Analogové vstupy

Kanály:	8 single-ended
A/D převodník:	14-bitový, doba převodu 10μs
Vstupní rozsah:	±10V
Spouštění:	programově, časovačem, externě
Vstupní impedance:	10 ¹⁰ Ω

Analogové výstupy

Kanály:	8 kanálů, 14-bitů
Výstupní rozsah:	±10V
Výstupní proud:	10mA max.

Digitální vstupy/výstupy

Vstupní linky :	8, s úrovněmi TTL
Výstupní linky:	8, s úrovněmi TTL

Časovač/čítač

Kanály:	4
Rozlišení:	32 bit, 20ns
Módy:	PWM, čítač, generování pulzu

Vstupy inkrementálních snímačů

Vstupní kanály:	4, single ended nebo diferenciální
Vstupy:	A, B, Index
Vstupní frekvence:	max 2,5MHz
Rozlišení:	32 bit

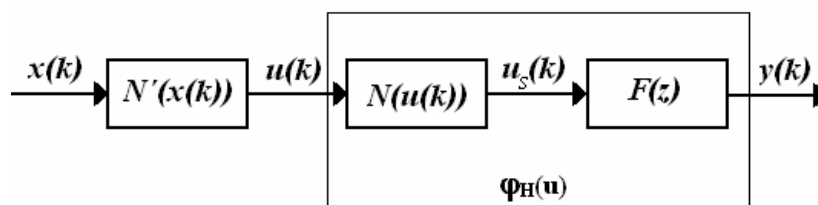
Všeobecné údaje

Odběr proudu:	500mA @ +5V, 150mA @ +12V, 150mA @ -12V
Konektor:	2 x DB-37 F
Sběrnice:	PCI 5V or 3.3V

4.3 Identifikace modelu levitace korelační analýzou

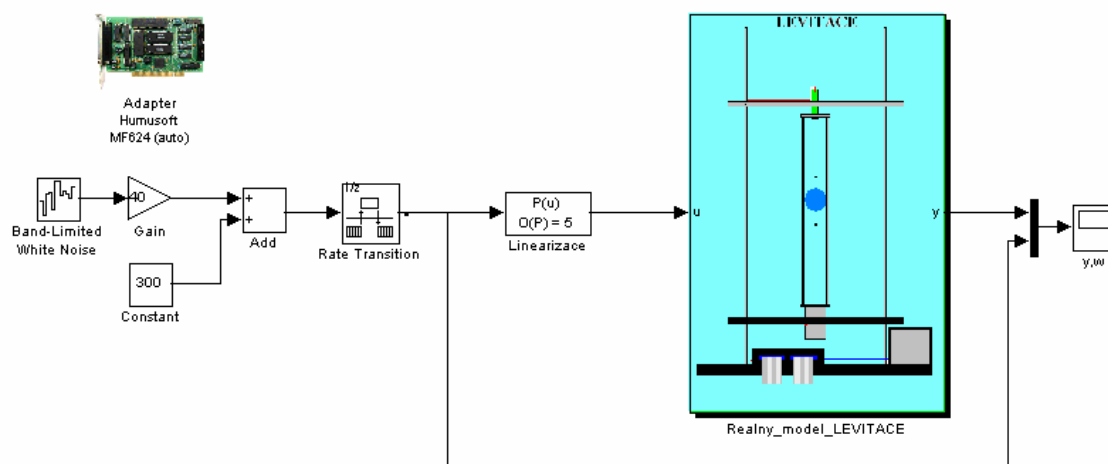
Protože je systém modelu vzduchové levitace nelineární, předřadil jsem před soustavu polynom ve tvaru (105), jehož tvorba je zdokumentována [6].

$$u(k) = N'(x(k)) = 0,6183 \cdot 10^{-12} x^5(k) - 0,7140 \cdot 10^{-9} x^4(k) + 0,3119 \cdot 10^{-6} x^3(k) - 0,00006259 x^2(k) + 0,006288 x(k) + 0,1443. \quad (105)$$



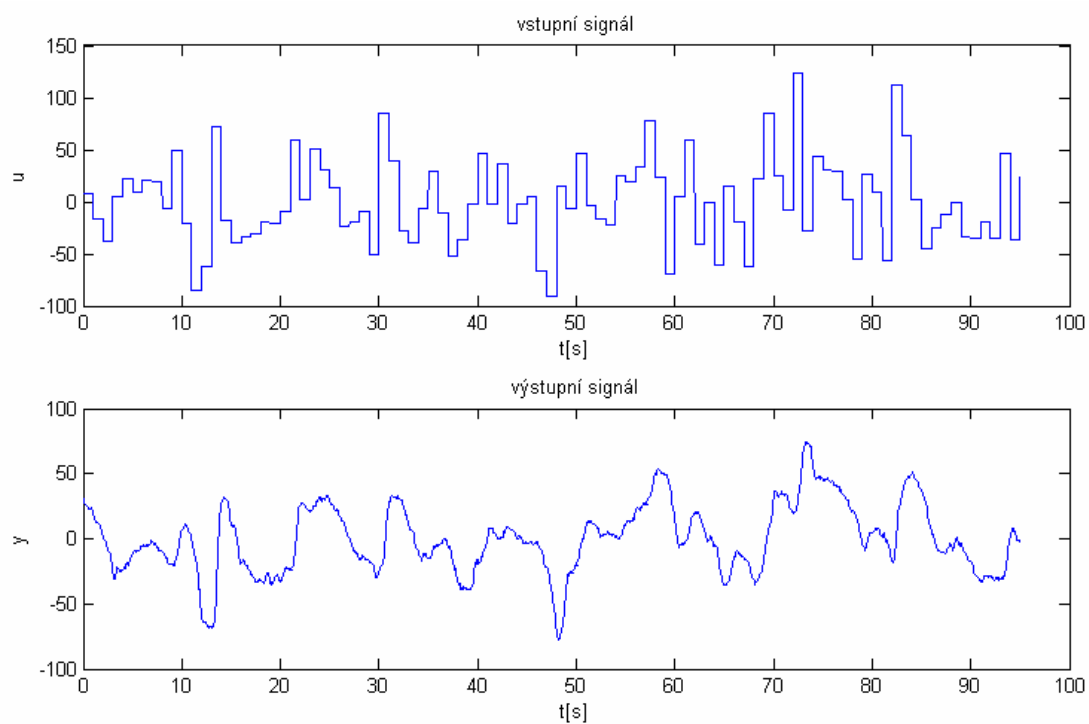
Obr.35 Blokové schéma staticky linearizované soustavy

Na konstantní řídicí veličinu jsem nasuperponoval náhodný signál z bloku Band-Limited White Noise (Obr.36) a změřil jsem průběh vstupní a výstupní veličiny s periodou vzorkování $T_s = 0,01s$.



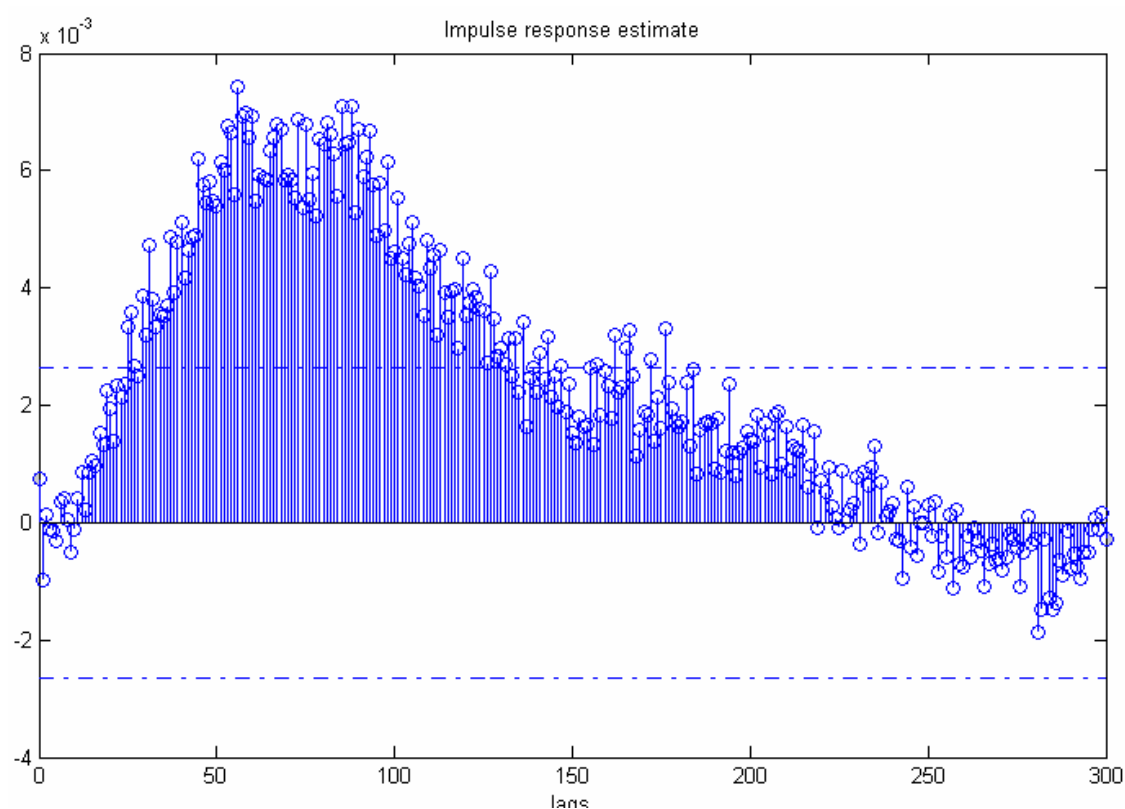
Obr.36 Průchod náhodného signálu modelem vzduchové levitace

Před výpočtem jsem signály vycentroval a odstranil z nich trendy pomocí příkazu dtrend Obr.37.



Obr.37 Odezva modelu vzduchové levitace na náhodný vstupní signál

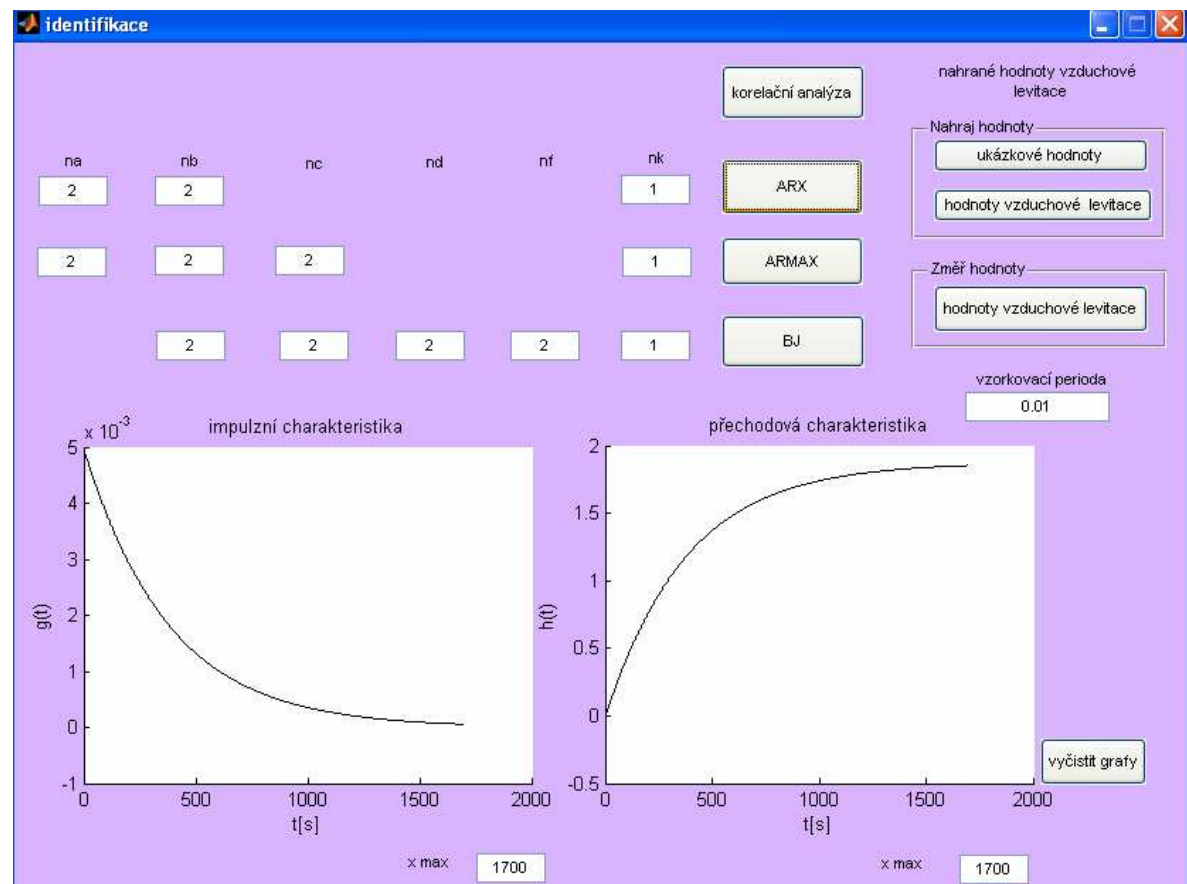
Průběh vypočtené váhové funkce modelu vzduchové levitace je na (Obr.38).



Obr.38 Průběh vypočtené impulsní charakteristiky modelu levitace ($T_{vz}=0.01s$)

4.4 Identifikace modelu levitace modelem ARX

Pro vytvoření modelu ARX použiju hodnoty vstupního a výstupního signálu Obr.37. Následně budu měnit stupně Obr.39 polynomů na a nb dokud nenaleznu model ARX s nejmenší ztrátovou funkcí (95).



Obr.39 Identifikace modelu

```
Discrete-time IDPOLY model:  $A(q)y(t) = B(q)u(t) + e(t)$ 
 $A(q) = 1 - 1.343 q^{-1} + 0.3448 q^{-2}$ 

 $B(q) = -0.0005458 q^{-1} + 0.003771 q^{-2}$ 

Estimated using ARX
Loss function 0.0974044 and FPE 0.0974865
Sampling interval: 1
```

Obr.40 Výpis parametrů modelu ARX (na=2, nb=2)

```
Discrete-time IDPOLY model:  $A(q)y(t) = B(q)u(t) + e(t)$ 
 $A(q) = 1 - 1.21 q^{-1} - 0.159 q^{-2} + 0.3707 q^{-3}$ 

 $B(q) = -0.0007599 q^{-1} + 0.001335 q^{-2} + 0.001545 q^{-3}$ 

Estimated using ARX
Loss function 0.0836747 and FPE 0.0837805
Sampling interval: 1
```

Obr.41 Výpis parametrů modelu ARX (na=3, nb=3)

```
Discrete-time IDPOLY model: A(q) y(t) = B(q) u(t) + e(t)
A(q) = 1 - 1.12 q^-1 - 0.1947 q^-2 + 0.07912 q^-3 + 0.2369 q^-4
B(q) = -0.0004273 q^-1 + 0.0008199 q^-2 - 3.794e-005 q^-3 + 0.00136 q^-4

Estimated using ARX
Loss function 0.0788245 and FPE 0.0789573
Sampling interval: 1
```

Obr.42 Výpis parametrů modelu ARX (na=4, nb=4)

Při dalším zvyšování stupně polynomu se ztrátová funkce zmenšuje jen pozvolna. Pokud bychom koeficienty na a nb položili hodnotě 100, výsledek ztrátové funkce by byl:

Loss function = 0.0710794

FPE = 0.0741362

Z toho důvodu se spokojíme s výpisem parametru modelu ARX čtvrtého stupně (Obr.42), z kterého po přepočtu získáváme výslednou podobu soustavy:

$$G(s) = \frac{-0,3642s^3 + 31,38s^2 - 7870s + 5,365 \cdot 10^5}{s^4 + 144s^3 + 5,954 \cdot 10^4 s^2 + 1,022 \cdot 10^6 s + 3,555 \cdot 10^5} \quad (106)$$

4.5 Identifikace modelu levitace modelem ARMAX

Pro vytvoření modelu ARMAX použiju hodnoty vstupního a výstupního signálu Obr.37. Následně budu měnit stupně Obr.39 polynomů na, nb a nc dokud nenaleznou model ARMAX s nejmenší ztrátovou funkcí (95).

```
Discrete-time IDPOLY model: A(q) y(t) = B(q) u(t) + C(q) e(t)
A(q) = 1 - 1.949 q^-1 + 0.9497 q^-2
B(q) = -0.0003947 q^-1 + 0.0006833 q^-2
C(q) = 1 - 0.8866 q^-1 + 0.144 q^-2

Estimated using ARMAX
Loss function 0.0753285 and FPE 0.0754237
Sampling interval: 1
```

Obr.43 Výpis parametrů modelu ARMAX (na=2, nb=2,nc=2)

```
Discrete-time IDPOLY model: A(q) y(t) = B(q) u(t) + C(q) e(t)
A(q) = 1 - 2.44 q^-1 + 1.902 q^-2 - 0.4617 q^-3
B(q) = 0.0001666 q^-1 - 0.0004784 q^-2 + 0.0004466 q^-3
C(q) = 1 - 1.387 q^-1 + 0.6215 q^-2 - 0.1232 q^-3

Estimated using ARMAX
Loss function 0.0750546 and FPE 0.075197
Sampling interval: 1
```

Obr.44 Výpis parametrů modelu ARMAX (na=3, nb=3,nc=3)

```
Discrete-time IDPOLY model: A(q) y(t) = B(q) u(t) + C(q) e(t)
A(q) = 1 - 3.311 q^-1 + 3.995 q^-2 - 2.053 q^-3 + 0.3693 q^-4

B(q) = -0.0002123 q^-1 + 0.001103 q^-2 - 0.0016 q^-3 + 0.0007277 q^-4

C(q) = 1 - 2.256 q^-1 + 1.772 q^-2 - 0.6081 q^-3 + 0.101 q^-4

Estimated using ARMAX
Loss function 0.0745428 and FPE 0.0747315
Sampling interval: 1
```

Obr.45 Výpis parametrů modelu ARMAX (na=4, nb=4,nc=4)

Model ARMAX vykazuje na rozdíl od modelu ARX i při nižších stupních polynomu nízkou ztrátovou funkci, která se i při zvyšování koeficientu na, nb a nc mění velmi pozvolna. Proto se tentokrát spokojíme s výpisem parametru modelu ARMAX druhého stupně (Obr.43), z kterého po přepočtu získáváme výslednou podobu soustavy:

$$G(s) = \frac{0,05543s + 2,961}{s^2 + 5,157s + 2,475} \quad (107)$$

4.6 Identifikace vzduchové levitace modelem BJ

Pro vytvoření modelu BJ použiju hodnoty (Obr.37). Následně budu měnit stupně (Obr.39) polynomů nb, nc a nd dokud nenaleznu model BJ s nejmenší ztrátovou funkcí (95).

```
Discrete-time IDPOLY model: y(t) = [B(q)/F(q)]u(t) + [C(q)/D(q)]e(t)
B(q) = -0.0002185 q^-1 + 0.000427 q^-2

C(q) = 1 - 0.8719 q^-1 + 0.1528 q^-2

D(q) = 1 - 1.93 q^-1 + 0.9299 q^-2

F(q) = 1 - 1.968 q^-1 + 0.9678 q^-2

Estimated using BJ
Loss function 0.0750571 and FPE 0.0751837
Sampling interval: 1
```

Obr.46 Výpis parametrů modelu BJ (nb=2, nc=2,nd=2)

```
Discrete-time IDPOLY model: y(t) = [B(q)/F(q)]u(t) + [C(q)/D(q)]e(t)
B(q) = -0.0003172 q^-1 + 0.0006276 q^-2 - 0.0001062 q^-3

C(q) = 1 - 1.199 q^-1 + 0.4634 q^-2 - 0.09399 q^-3

D(q) = 1 - 2.249 q^-1 + 1.539 q^-2 - 0.2896 q^-3

F(q) = 1 - 1.969 q^-1 + 0.9687 q^-2

Estimated using BJ
Loss function 0.0749361 and FPE 0.0751099
Sampling interval: 1
```

Obr.47 Výpis parametrů modelu BJ (nb=3, nc=3,nd=3)

```

Discrete-time IDPOLY model:  $y(t) = [B(q)/F(q)]u(t) + [C(q)/D(q)]e(t)$ 
 $B(q) = -0.0002033 q^{-1} + 0.0004189 q^{-2} - 9.411e-006 q^{-3}$ 

 $C(q) = 1 - 0.1758 q^{-1} - 0.6375 q^{-2} + 0.2716 q^{-3} - 0.08246 q^{-4}$ 

 $D(q) = 1 - 1.228 q^{-1} - 0.6339 q^{-2} + 1.038 q^{-3} - 0.176 q^{-4}$ 

 $F(q) = 1 - 1.968 q^{-1} + 0.9686 q^{-2}$ 

Estimated using BJ
Loss function 0.0749136 and FPE 0.075119
Sampling interval: 1

```

Obr.48 Výpis parametrů modelu BJ (nb=3, nc=4, nd=4)

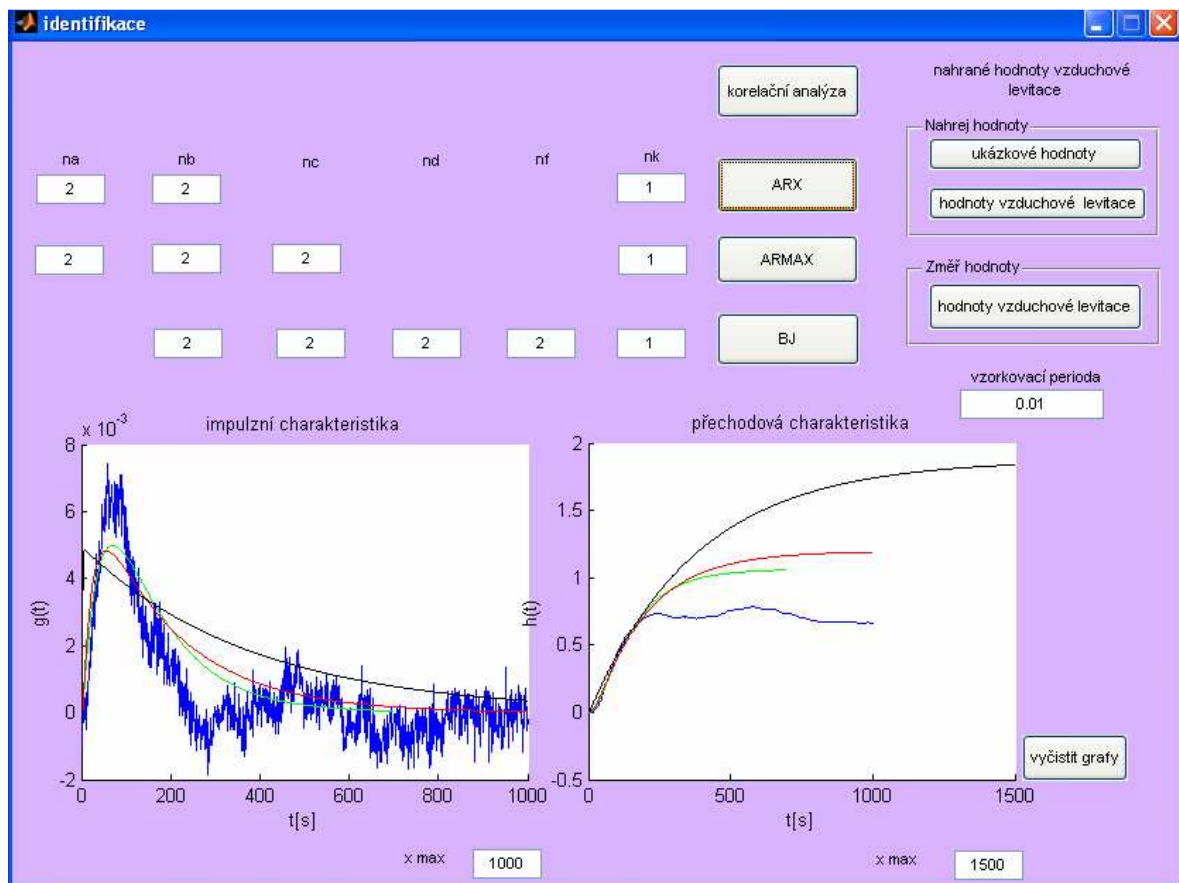
Model BJ stejně jako ARMAX vykazuje na rozdíl od modelu ARX i při nižších stupních polynomu nízkou ztrátovou funkci, která se i při zvyšování koeficientu nb, nc a nd mění velmi pozvolna. Proto se i tentokrát spokojíme s výpisem parametru modelu ARMAX druhého stupně (Obr.46), z kterého po přepočtu získáváme výslednou podobu soustavy:

$$G(s) = \frac{0,03278s + 2,119}{s^2 + 3,274s + 1,994} \quad (108)$$

4.7 Vyhodnocení výsledků

Z (obr.48) můžeme vidět, že námi identifikované modely mají podobnou impulsní charakteristiku, ale výrazněji se liší jejich přechodová charakteristika.

- charakteristiky získané korelační analýzou
- charakteristiky získané z modelů ARX
- charakteristiky získané z modelů ARMAX
- charakteristiky získané z modelů BJ

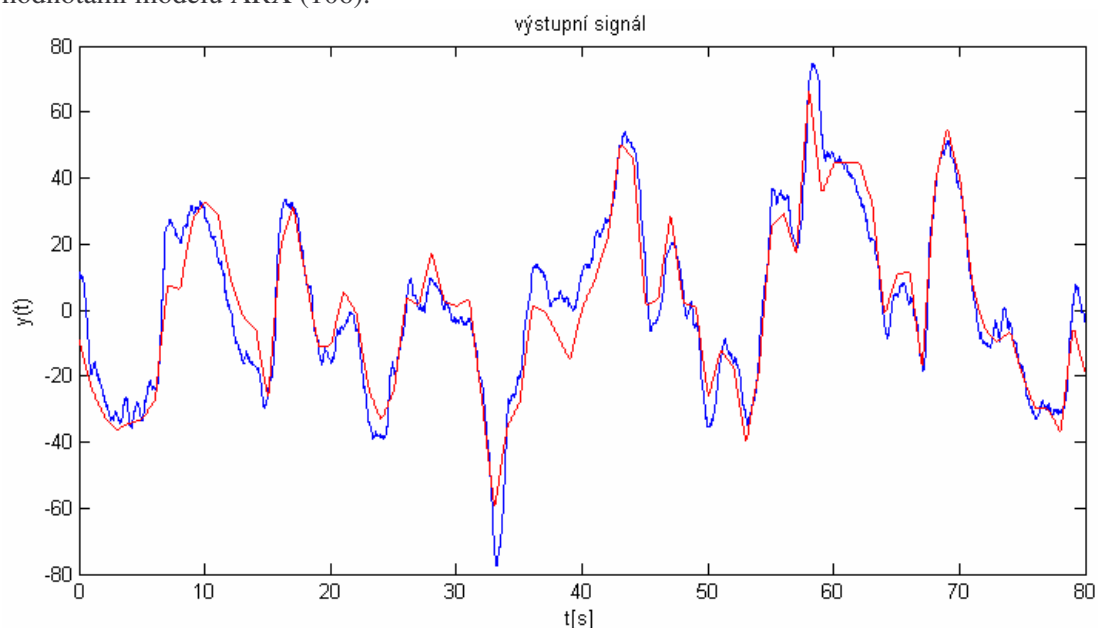


Obr.49 Identifikace modelu vzduchové levitace

Pro lepší vyhodnocení kvality vypočítaných modelů jsem porovnal jejich výstupní hodnoty se skutečnými výstupními hodnotami modelu vzduchové levitace (Obr.50, Obr.51, Obr.52).

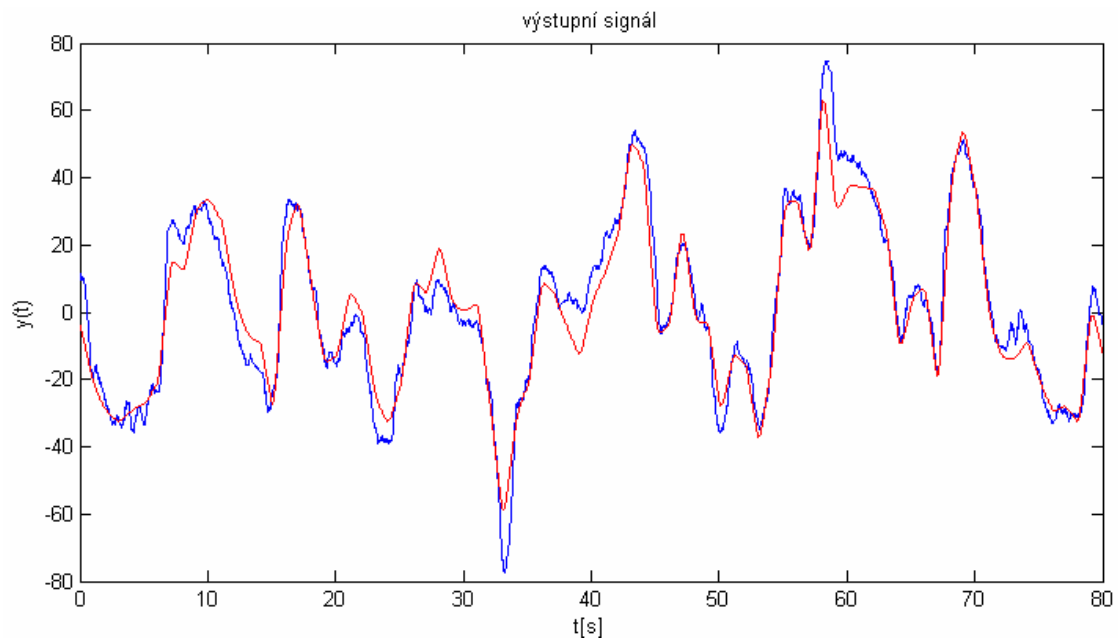
----- model vzduchové levitace
 ----- identifikované modely

Na (obr.50) je porovnání výstupní hodnoty modelu vzduchové levitace s výstupními hodnotami modelu ARX (106).



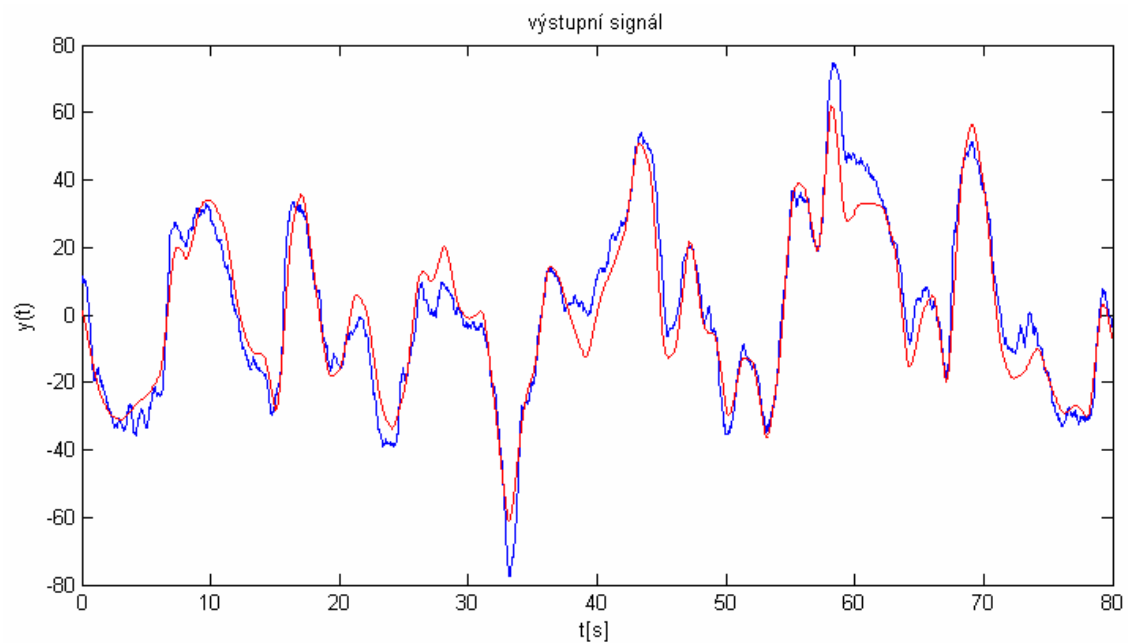
Obr.50 Porovnání reálného a identifikovaného systému ARX

Na (obr.51) je porovnání výstupní hodnoty modelu vzduchové levitace s výstupními hodnotami modelu ARMAX (107).



Obr.51 Porovnání reálného a identifikovaného systému ARMAX

Na (obr.52) je porovnání výstupní hodnoty modelu vzduchové levitace s výstupními hodnotami modelu BJ (108).



Obr.52 Porovnání reálného a identifikovaného systému BJ

5 Závěr

Předložená diplomová práce je zaměřená na identifikaci soustav pomocí náhodných signálů. Obsahuje teorii a matematické odvození stochastických metod identifikace soustav, ukázkovou identifikaci simulované soustavy vytvořené v prostředí MATLAB-Simulink a identifikaci provedenou na skutečném modelu vzduchové levitace.

Porovnáním získaných parametrů modelů a jejich odezev na vstupní signál a vyhodnocením ztrátových funkcí vypočtených programem MATLAB při identifikaci modelu je zřejmé, že vypočtené modely poměrně dobře popisují vlastnosti identifikované vzduchové levitace. Jako nejvýhodnější se ukázalo použít modely složitějších struktur ARMAX a BJ, které vykazovali nižší ztrátové funkce i při nižších stupních polynomů.

Použitá literatura

- [1] Šargon,F.: *Statistická dynamika lineárních systému*, Státní nakladatelství technické literatury , Praha 1964
- [2] <http://www.fs.vsb.cz/akce/2000/asr2000/Sbornik/papers/manasek.pdf>
- [3] Mondrlák,O.: *Úvod do diskrétní parametrické identifikace*, Fakulta mechatroniky a mezioborových inženýrských studií, Liberec 2004
- [4] Beneš,J.: *Statistická dynamika regulačních obvodů*, Státní nakladatelství technické literatury , Praha 1961
- [5] Soukup.J.: *Identifikace soustav*, SNTL- nakladatelství technické literatury , Praha 1990
- [6] Machala.J.:*Regulace výšky levitujícího míčku v prostředí MATLAB&SIMULINK*, VŠB – TU, Ostrava 2008
- [7] Noskievič.P.:*Modelování a identifikace systémů*, MONTANEX a.s, Ostrava 1999
- [8] MATLAB: Popis produktu, <http://www.humusoft.cz>